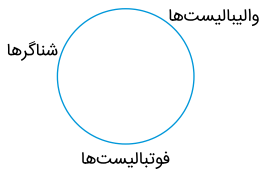




گزینه ۲

1



تعداد حالت‌های قرارگرفتن برابر است با:

$$(\nu!)(\omega!)(\nu!)(\omega!) = 144$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۴۰۰

گزینه ۲

2

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۴

گام اول

الف) عدد ما پنج‌رقمی است پس به پنج رقم از بین نه رقم موجود نیاز داریم.

ب) در صورت تست گفته شده درست دو رقم زوج باشد یعنی برای تشکیل این عدد پنج‌رقمی، باید دو رقم از بین چهار رقم زوج و سه رقم از بین پنج رقم فرد انتخاب کنیم.

گام دوم

$$\text{تعداد اعداد پنج‌رقمی با دو رقم زوج} = \underbrace{\binom{4}{2}}_{\text{دو رقم از بین ارقام ۲، ۴، ۶، ۸}} \times \underbrace{\binom{5}{3}}_{\text{سه رقم از بین ارقام ۱، ۳، ۵، ۷، ۹}} \times \underbrace{5!}_{\text{حالت‌های مختلف قرار گرفتن ارقام}} = 6 \times 10 \times 120 = 7200$$

رقم ۵ می‌تواند در جایگاه‌های هزارگان، صدگان، دهگان یا یکان باشد.
اگر رقم ۵ در جایگاه هزارگان باشد:

$$\frac{1}{\downarrow} \frac{9}{\downarrow} \frac{8}{\downarrow} \frac{7}{\downarrow} : 9 \times 8 \times 7 = 504$$

۵ باشد

اگر رقم ۵ در یکی از جایگاه‌های صدگان، دهگان یا یکان باشد:

$$\frac{8}{\downarrow} \overbrace{1 \times 8 \times 7}^{\downarrow} : 8 \times 1 \times 8 \times 7 \times 3 = 1344$$

صفر نباید باشد
یک ۵ داشته باشد

پس تعداد حالات ممکن برابر است با:

$$1344 + 504 = 1848$$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۹

برای توزیع کتاب دو حالت زیر را داریم:

۱) یک نفر فقط یک کتاب دریافت کند و دو نفر دیگر هرکدام دو کتاب داشته باشند:

ابتدا دو نفر از سه نفر را انتخاب می‌کنیم و به هرکدام دو کتاب می‌دهیم. سپس یک کتاب باقی‌مانده را به نفر سوم می‌دهیم.

یک کتاب دو کتاب دو کتاب

$$\binom{3}{2} \binom{5}{2} \binom{3}{2} \binom{1}{1} = 3 \times \frac{5!}{2!3!} \times 3 \times 1 = 90$$

۲) یک نفر سه کتاب دریافت کند و دو نفر دیگر هرکدام یک کتاب داشته باشند:

ابتدا دو نفر را انتخاب می‌کنیم و به هرکدام یک کتاب می‌دهیم. سپس سه کتاب باقی‌مانده را به نفر سوم می‌دهیم.

یک کتاب یک کتاب سه کتاب

$$\binom{3}{2} \binom{5}{1} \binom{4}{1} \binom{3}{3} = 3 \times 5 \times 4 \times 1 = 60$$

در انتها تعداد حالت‌های به‌دست‌آمده را باهم جمع می‌کنیم:

$$90 + 60 = 150$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

برای اینکه عددی بر ۵ بخش پذیر باشد، رقم یکان آن باید ۰ یا ۵ باشد؛ پس مسئله را در دو حالت زیر بررسی می کنیم:

حالت اول: اگر رقم یکان صفر باشد:

$$\begin{array}{c} \frac{9}{\downarrow} \quad \frac{8}{\downarrow} \quad \frac{7}{\downarrow} \quad \frac{1}{\downarrow} \\ \text{صفر نباید} \quad \text{صفر باشد} \\ \text{باشد} \end{array} : 9 \times 8 \times 7 = 72 \times 7 = 504$$

حالت دوم: اگر رقم یکان ۵ باشد:

$$\begin{array}{c} \frac{8}{\downarrow} \quad \frac{8}{\downarrow} \quad \frac{7}{\downarrow} \quad \frac{1}{\downarrow} \\ \text{صفر نباید} \quad \text{۵ باشد} \\ \text{باشد} \end{array} : 8 \times 8 \times 7 = 64 \times 7 = 448$$

پس تعداد کل حالات $504 + 448 = 952$ است.

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

برای اینکه دو نفر مشخص باهم در مهمانی نباشند دو حالت زیر را داریم:

(۱) از آن دو نفر فقط یکی در مهمانی باشد.

(۲) هیچ کدام از آن دو نفر در مهمانی نباشند.

بنابراین داریم:

$$\underbrace{\binom{2}{1} \binom{7}{4}}_{\text{حالت اول}} + \underbrace{\binom{2}{0} \binom{7}{5}}_{\text{حالت دوم}} = 2 \times \frac{7!}{4!3!} + 1 \times \frac{7!}{5!2!}$$

$$2 \times \frac{7 \times \cancel{6} \times 5}{\cancel{6}} + \frac{7 \times \cancel{6}^3}{\cancel{2}^3} = 70 + 21 = 91$$

○○ ○○○○○○○○
نفر ۲ نفر ۷

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

در حل تست به دو نکته زیر توجه کنید.

الف) $P(n, r)$ یعنی تبدیل r شی از میان n شی که از رابطه $P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$ محاسبه می شود.

ب) $C(n, r)$ یا $\binom{n}{r}$ یعنی ترکیب r شی از بین n شی که از رابطه $C(n, r) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ به دست می آید.

$P(n, 4)$ و $C(n-1, 4)$ را جایگذاری کرده و مقدار n را به دست می آوریم:

$$\frac{P(n, 4)}{C(n-1, 4)} = \frac{\frac{n!}{(n-4)!}}{\frac{(n-1)!}{(n-1-4)! \times 4!}} = \frac{\frac{n!}{(n-4)!}}{\frac{(n-5)! \times 4!}{(n-1)!}}$$

$$= \frac{n! \times (n-5)! \times 4!}{(n-4)! \times (n-1)!} = \frac{n \times (n-1)! \times (n-5)! \times 24}{(n-4) \times (n-5)! \times (n-1)!} = 26$$

$$\Rightarrow \frac{24n}{n-4} = 26 \Rightarrow 24n = 26n - 104 \Rightarrow 2n = 104 \Rightarrow n = 52$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۸۴

گام اول

الف) ۵ نفر برای سخنرانی ثبت نام کرده اند. دو نفر a و b را جدا کرده ایم. اگر قرار باشد بین دو نفر a و b فقط یک نفر سخنرانی کند، باید از ۳ نفر باقی مانده یک نفر انتخاب شود و بین این دو نفر قرار گیرد، یعنی انتخاب یک نفر از ۳ نفر باقی مانده.

ب) در صورت تست اشاره نشده است که ابتدا شخص a سخنرانی می کند یا شخص b ، پس در محاسبه تعداد حالت های ممکن باید جابه جایی این دو نفر را هم در نظر بگیریم (پس ۲! حالت برای جابه جایی a و b).

ج) حالا a و b و فردی که بین آن ها قرار می گیرد را یک نفر فرض می کنیم که با دو نفر باقی مانده می توانند جابه جا شوند (۳! حالت داریم).

گام دوم

$$\text{تعداد کل حالت ها} = \underbrace{\binom{3}{1}}_{\text{انتخاب یک نفر بین } a, b} \times \underbrace{2!}_{\text{جابه جایی } a, b} \times \underbrace{3!}_{\text{جابه جایی ترکیب ۳ نفر با ۲ نفر دیگر}} = 3 \times 2 \times 6 = 36$$

گام اول

سه رقم ۲ و سه رقم غیر ۲ داریم (۶ و ۷ و ۵). اگر قرار باشد این ارقام به صورت یک در میان کنار هم قرار بگیرند، دو حالت وجود دارد: حالت اول این است که عدد شش رقمی ما با رقم ۲ شروع شود و حالت دوم این که عدد شش رقمی ما با رقم ۲ تمام شود. در هر کدام از حالت ها سه رقم باقی مانده یعنی ۶ و ۷ و ۵ می توانند به ۳! حالت در جاهای خالی قرار گیرند.

گام دوم

حالت اول : ۲ ۰ ۲ ۰ ۲ ۰

تعداد حالت ها : ۵ و ۶ و ۷ در سه دایره باقی مانده $= 3 \times 2 \times 1 = 6$

حالت دوم : ۰ ۲ ۰ ۲ ۰ ۲

تعداد حالت ها : ۵ و ۶ و ۷ در سه دایره باقی مانده $= 3 \times 2 \times 1 = 6$

پس در مجموع ۱۲ عدد داریم که در آن ارقام ۲ به صورت یک در میان قرار گرفته باشند.

گام اول

به کلمه "حداقل" در صورت تست خیلی توجه کنید. چون گفته شده حداقل ۴ پرسش از ۵ پرسش اول پاسخ داده شود، یعنی ۴ تا یا بیشتر. پس دو حالت می تواند رخ دهد:

یک حالت این است که از ۵ پرسش اول به ۴ پرسش و از ۵ پرسش دوم هم به ۴ پرسش پاسخ داده شود. حالت دوم این است که از ۵ پرسش اول، به هر ۵ پرسش و از ۵ پرسش دوم به ۳ پرسش پاسخ داده شود.

گام دوم

$$\text{تعداد حالت های پاسخگویی} = \underbrace{\binom{5}{4} \times \binom{5}{4}}_{\text{از ۵ پرسش اول ۴ پرسش و از ۵ پرسش دوم ۴ پرسش}} + \underbrace{\binom{5}{5} \times \binom{5}{3}}_{\text{هر ۵ پرسش اول و از ۵ پرسش دوم ۳ پرسش}} \\ = (5 \times 5) + (1 \times 10) = 25 + 10 = 35$$

گام اول

رقم صدگان باید از ارقام یکان و دهگان بزرگ تر باشد. پس ما نمی‌توانیم دو رقم ۱ و ۳ را در جایگاه صدگان به کار ببریم. برای هریک از ارقام ۵ و ۷ و ۹ که در جایگاه صدگان قرار می‌گیرند، حالت‌های موردنظر را به‌دست می‌آوریم.

گام دوم

- یک حالت $\Rightarrow ۵۳۱$: رقم صدگان ۵
 سه حالت $\Rightarrow ۷۵۱, ۷۳۱, ۷۵۳$: رقم صدگان ۷
 شش حالت $\Rightarrow ۹۷۱, ۹۵۱, ۹۷۳, ۹۵۳, ۹۷۵, ۹۵۷$: رقم صدگان ۹

$$۱۰ = ۱ + ۳ + ۶ : \text{تعداد کل حالت‌ها}$$

راه حل دوم: ابتدا سه رقم متمایز از بین این ۵ رقم انتخاب می‌کنیم که به $\binom{۵}{۳} = ۱۰$ حالت امکان‌پذیر است. واضح است که با هر سه رقم متمایز، فقط یک عدد سه‌رقمی با شرط داده‌شده می‌توان نوشت، پس تعداد اعداد موردنظر ۱۰ تا است.

گام اول

- الف) در این کلمه دو حرف یکسان A و دو حرف یکسان G مشاهده می‌شود. این حروف یکسان باید کنار هم باشند.
 ب) با قرار دادن حروف یکسان در کنار هم ۶ حرف متمایز داریم. تعداد حالت‌های قرارگیری این ۶ حرف را در کنار هم حساب می‌کنیم.
 ج) دقت کنید دو حرف یکسان در کنار هم فقط به یک حالت می‌توانند قرار بگیرند و دیگر بین آن‌ها جابجایی نخواهیم داشت.

گام دوم

حروف ما به این صورت در می‌آیند :

L A A G G R N E

$$۷۲۰ = ۶! = \text{تعداد حالت‌ها}$$

تعداد انتخاب‌ها به‌صورت زیر است:

$$\binom{۸}{۴} + \binom{۸}{۵} + \binom{۸}{۶} = \frac{۸!}{۴!۴!} + \frac{۸!}{۵!۳!} + \frac{۸!}{۶!۲!}$$

$$= \frac{۸ \times ۷ \times ۶ \times ۵}{۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱} + \frac{۸ \times ۷ \times ۶}{۶} + \frac{۸ \times ۷}{۲} = ۷۰ + ۵۶ + ۲۸ = ۱۵۴$$

ابتدا از میان پنج مدرسه A, B, C, D و E سه تا را انتخاب می‌کنیم، این کار به $\binom{5}{3}$ حالت امکان‌پذیر است. حال از هرکدام از این سه مدرسه انتخابی، باید فقط یک نفر را انتخاب کنیم. چون از هر مدرسه چهار نفر به اردوگاه دعوت شده‌اند؛ پس برای انتخاب یک نفر از هرکدام از سه مدرسه، چهار حالت امکان‌پذیر است. یعنی با مشخص بودن مدارس، $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ حالت برای انتخاب دانش‌آموزان وجود دارد.

$$\binom{5}{3} \times 4^3 = 10 \times 64 = 640$$

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۳۹۵

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۲

اول ۳ تا از مدرسه‌ها را به $\binom{5}{3}$ طریق انتخاب می‌کنیم. بعد از هر مدرسه ۱ نفر برمی‌داریم.

$$\binom{5}{3} \binom{4}{1} \binom{4}{1} \binom{4}{1} = 10 \times 4 \times 4 \times 4 = 640$$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

انتخاب سه رقم از بین ۱, ۳, ۵, ۷, ۹

$$\binom{4}{1} \times \binom{5}{3} \times 4! = 4 \times 10 \times 24 = 960$$

جایگشت ۴ رقم در کنار هم

انتخاب یک رقم از بین ۲, ۴, ۶, ۸

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک خارج از کشور ۱۳۹۴

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۰

گام اول

دقت کنید که گفته شده حداقل ۲ نفر از بین ۳ نفر انتخاب شده، باید از رشته تجربی باشند. دو حالت ممکن است رخ دهد: حالت اول این که ۲ نفر تجربی و یک نفر ریاضی باشند و حالت دوم این که هر سه نفر تجربی باشند.

گام دوم

تعداد حالت‌های انتخاب دانش‌آموزها با شرط انتخاب حداقل ۲ دانش‌آموز تجربی برابر است با:

$$\underbrace{\binom{5}{2} \times \binom{3}{1}}_{\text{دو دانش آموز تجربی و یک دانش آموز ریاضی}} + \underbrace{\binom{5}{3}}_{\text{هر سه تجربی}} = (10 \times 3) + 10 = 30 + 10 = 40$$