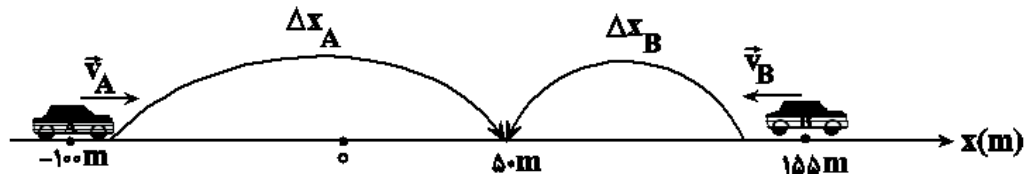


۱

سوال ۱ گزینه درست: ۳

گزینه «۳»

ابتدا تندی دو متحرک را که یکسان است، می‌یابیم. به همین منظور، چون حرکت یکنواخت بر روی خط راست است و متحرک B، ۳s دیرتر حرکت کرده است، می‌توان نوشت:



$$\Delta x = vt \Rightarrow |\Delta x_A| - |\Delta x_B| = vt - v(t - 3)$$

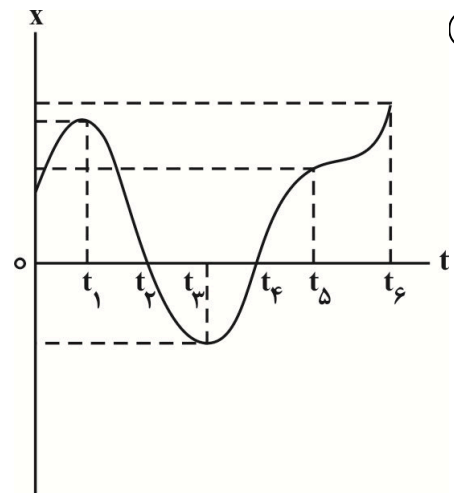
$$\Delta x_A = 50 - (-100) = 150m \quad \Delta x_B = 50 - 155 = -105m$$

$$150 - 105 = vt - (vt - 3v) \Rightarrow 45 = 3v \Rightarrow v = 15 \frac{m}{s}$$

اکنون مدت زمان حرکت متحرک B از مکان $x_3 = 50m$ تا مکان $x_1 = -100m$ را می‌یابیم:

$$\Delta t_B = \frac{|\Delta x|}{|v_B|} = \frac{|\Delta x| = |-100 - 50| = 150m}{|v_B| = v = 15 \frac{m}{s}} \rightarrow \Delta t_B = \frac{150}{15} = 10s$$

۲



سوال ۲ گزینه درست: ۳

گزینه «۳»

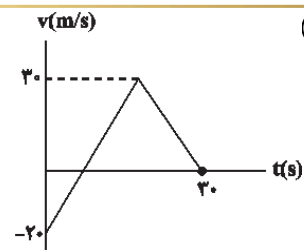
الف) نادرست است. در لحظه‌های t_1 و t_2 جهت حرکت تغییر می‌کند و در لحظه‌های t_3 و t_4 متحرک از مبدأ مکان عبور کرده است.

ب) درست است. در بازه زمانی t_1 تا t_6 جهت بردار جابه‌جایی در جهت محور x است.

پ) درست است. شیب خطی که مکان‌های جسم را در لحظه‌های t_1 و t_4 به هم وصل می‌کند، منفی است؛ در نتیجه، سرعت متوسط نیز منفی می‌باشد.

ت) درست است. در لحظه t_2 ، متحرک در مبدأ مکان و در لحظه t_3 متحرک در مکان $x < 0$ است. بنابراین، در بازه زمانی t_2 تا t_3 ، متحرک در حال دور شدن از مبدأ مکان خواهد بود. بنابراین، تعداد ۳ عبارت درست است.

۳



گزینه درست: ۳

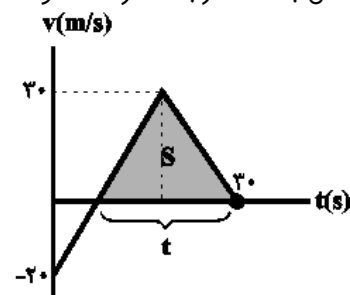
سوال ۳

گزینه «۳»

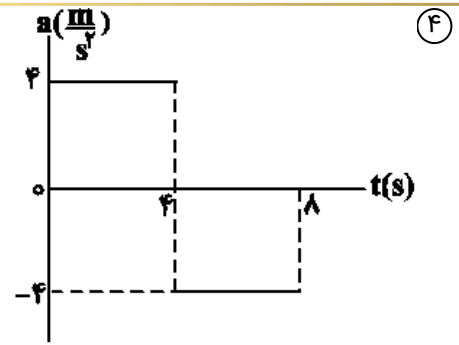
زمانی که سرعت متحرک مثبت باشد، متحرک در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند. برای محاسبه سرعت متوسط از نمودار سرعت- زمان، جابه‌جایی را به کمک سطح محصور بین نمودار سرعت- زمان و محور زمان به دست می‌آوریم:

$$|\Delta x| = S = \frac{v_0 \times t}{2}$$

حال به کمک رابطه سرعت متوسط داریم:



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_0 \times \frac{t}{2}}{t} = \frac{v_0}{2} = 15 \frac{m}{s}$$

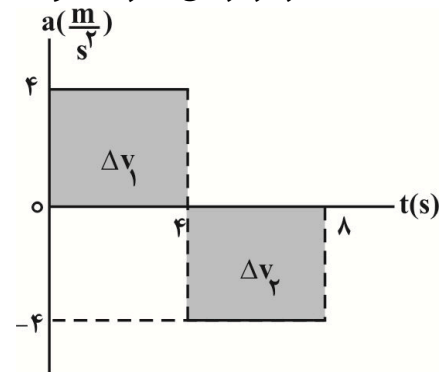


گزینه درست: ۳

سوال ۴

گزینه «۳»

می‌دانیم مساحت سطح محصور بین نمودار شتاب - زمان و محور زمان برابر تغییرات سرعت متحرک است. بنابراین، با محاسبه Δv در بازه زمانی صفر تا $4s$ و $4s$ تا $8s$ ، ابتدا سرعت را در لحظه‌های $t = 4s$ و $t = 8s$ پیدا می‌کنیم:



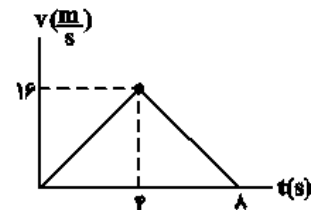
$$\Delta v_1 = 4 \times 4 = 16 \frac{m}{s}$$

$$\Delta v_2 = -4(8 - 4) = -16 \frac{m}{s}$$

$$v_{4s} = v_0 + \Delta v_1 \xrightarrow{v_0=0} v_{4s} = 0 + 16 = 16 \frac{m}{s}$$

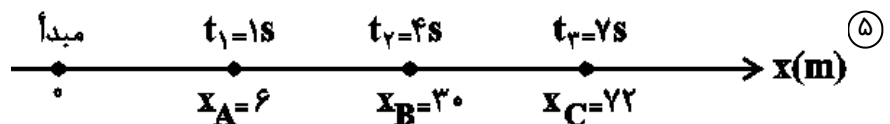
$$v_{8s} = v_{4s} + \Delta v_2 = 16 - 16 \Rightarrow v_{8s} = 0$$

اکنون نمودار سرعت - زمان را رسم نموده و با استفاده از مساحت سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان، جابه‌جایی را حساب می‌کنیم و به دنبال آن سرعت متوسط را به دست می‌آوریم:



$$\Delta x = \text{مساحت مثلث} = \frac{8 \times 16}{2} \Rightarrow \Delta x = 64m$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t=8s} v_{av} = \frac{64}{8} = 8 \frac{m}{s}$$



گزینه درست: ۴

سوال ۵

گزینه «۴»

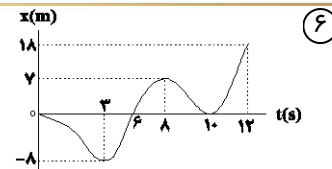
معادله جابه‌جایی را، یکبار بین A و B و بار دیگر بین A و C می‌نویسیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_A t$$

$$\begin{cases} 24 = \frac{1}{2}a(3)^2 + v_A \times 3 \\ 66 = \frac{1}{2}a(6)^2 + v_A \times 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \frac{m}{s^2} \\ v_A = 5 \frac{m}{s} \end{cases}$$

و برای تعیین سرعت در لحظه عبور از B داریم:

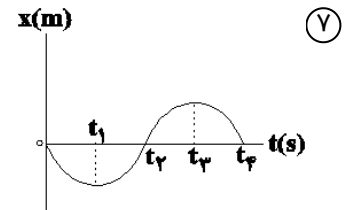
$$v_B = at + v_A = 2 \times 3 + 5 \Rightarrow v_B = 11 \frac{m}{s}$$



سوال ۶ گزینه درست: ۱

گزینه «۱»

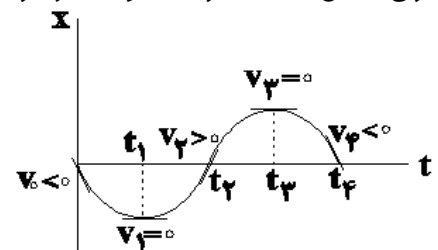
وقتی متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، علامت سرعت آن منفی است. از طرفی شیب نمودار مکان - زمان در هر لحظه بیانگر سرعت متحرک در آن لحظه است. با توجه به نمودار، شیب نمودار و در نتیجه سرعت متحرک در بازه‌های زمانی صفر تا ۳s و نیز ۸s تا ۱۰s منفی است. به عبارتی متحرک ۵s در خلاف جهت محور x حرکت کرده است. همچنین در بازه زمانی که $x > 0$ است بردار مکان متحرک در جهت مثبت محور x ها است. با توجه به نمودار در بازه زمانی ۶s تا ۱۲s بردار مکان متحرک در جهت مثبت محور x ها است. بنابراین نسبت خواسته شده در صورت سؤال برابر است با: $\frac{5}{6}$



سوال ۷ گزینه درست: ۳

گزینه «۳»

می‌دانیم که سرعت در هر لحظه t ، برابر شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در آن لحظه است. با توجه به رابطه شتاب متوسط $\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ در هر بازه زمانی که $\Delta v > 0$ باشد، $a_{av} > 0$ است. در بازه زمانی t_1 تا t_f ، $\Delta v < 0$ ، در بازه زمانی t_3 تا t_f ، $\Delta v < 0$ ، در بازه زمانی t_3 تا t_r ، $\Delta v > 0$ و در بازه t_r تا t_f ، $\Delta v > 0$ است. برای تعیین علامت سرعت متوسط در هر بازه زمانی باید علامت Δx را تعیین کنیم.



در بازه زمانی t_1 تا t_f ثانیه $\Delta x > 0$ ، در بازه زمانی t_r تا t_f ثانیه $\Delta x < 0$ ، در بازه زمانی t_3 تا t_r ثانیه $\Delta x > 0$ و در بازه زمانی t_3 تا t_r ثانیه، $\Delta x = 0$ است.

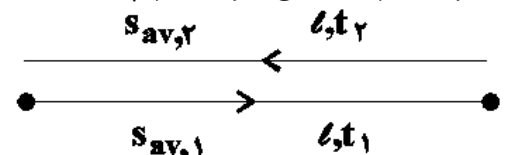
پس در بازه زمانی t_3 تا t_r ثانیه هم سرعت متوسط هم شتاب متوسط هر دو مثبت هستند.

سوال ۸

گزینه درست: ۳

گزینه «۳»

با توجه به رابطه تندی متوسط داریم:



$$s_{av,1} = \frac{l_1}{t_1}, s_{av,2} = \frac{l_2}{t_2} = \frac{2l}{t_1+t_2}$$

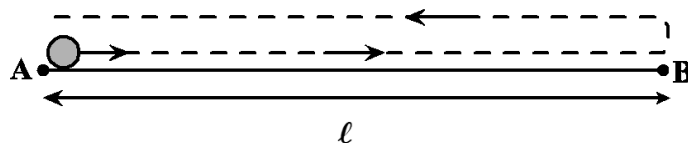
$$s_{av,1} - s_{av,2} = -\frac{m}{s} \Rightarrow \frac{l_1}{t_1} - \frac{2l}{t_1+t_2} = -\frac{m}{s} \Rightarrow \frac{l_1(t_1+t_2) - 2lt_1}{t_1(t_1+t_2)} = -\frac{m}{s} \quad (I)$$

$$s_{av,1} - s_{av,2} = \frac{m}{s} \Rightarrow \frac{l_1}{t_1} - \frac{2l}{t_1+t_2} = \frac{m}{s} \Rightarrow \frac{l_1(t_1+t_2) - 2lt_1}{t_1(t_1+t_2)} = \frac{m}{s} \quad (II)$$

$$(I), (II) \Rightarrow \frac{t_2}{t_1+t_2} = \frac{m}{s} \Rightarrow \frac{t_2}{t_1+t_2} = \frac{m}{s} \Rightarrow \frac{t_2}{t_1+t_2} = \frac{m}{s} \Rightarrow \frac{t_2}{t_1+t_2} = \frac{m}{s} \Rightarrow \frac{t_2}{t_1+t_2} = \frac{m}{s}$$

گزینه «۱»

اگر مسافت طی شده از A تا B برابر ℓ ، زمان رفت t_1 و زمان برگشت t_2 باشد، در این صورت و با توجه به رابطه تندی متوسط داریم:



$$s_{av \text{ برگشت}} = \frac{\ell}{t_2}, s_{av \text{ رفت}} = \frac{\ell}{t_1}, s_{av \text{ کل}} = \frac{2\ell}{t_1 + t_2}$$

از طرف دیگر داریم:

$$s_{av \text{ کل}} = s_{av \text{ رفت}} - 5 \Rightarrow \frac{2\ell}{t_1 + t_2} = \frac{\ell}{t_1} - 5$$

$$\Rightarrow 5 = \frac{\ell}{t_1} - \frac{2\ell}{t_1 + t_2} \Rightarrow 5 = \frac{\ell(t_1 + t_2) - 2\ell t_1}{t_1(t_1 + t_2)} \Rightarrow 5 = \frac{\ell t_1 + \ell t_2 - 2\ell t_1}{t_1(t_1 + t_2)}$$

$$\Rightarrow \frac{\ell(t_2 - t_1)}{t_1(t_1 + t_2)} = 5 \Rightarrow \ell(t_2 - t_1) = 5t_1(t_1 + t_2) \quad (1)$$

با توجه به اینکه اختلاف تندی متوسط در مسیر رفت و برگشت برابر $8 \frac{m}{s}$ است، می‌توان نوشت

$$s_{av \text{ رفت}} - s_{av \text{ برگشت}} = 8 \Rightarrow \frac{\ell}{t_1} - \frac{\ell}{t_2} = 8$$

$$\Rightarrow \frac{\ell t_2 - \ell t_1}{t_1 t_2} = 8 \Rightarrow \frac{\ell(t_2 - t_1)}{t_1 t_2} = 8$$

$$\Rightarrow \ell(t_2 - t_1) = 8t_1 t_2 \quad (2)$$

از رابطه (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم:

$$5t_1(t_1 + t_2) = 8t_1 t_2 \Rightarrow 5t_2 + 5t_1 = 8t_2$$

$$\Rightarrow 5t_1 = 3t_2 \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{5}{3}$$

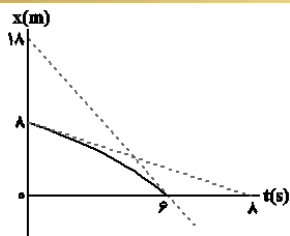
در آخر داریم:

$$\frac{s_{av \text{ رفت}}}{s_{av \text{ برگشت}}} = \frac{\frac{\ell}{t_1}}{\frac{\ell}{t_2}} = \frac{t_2}{t_1} = \frac{5}{3} \rightarrow \frac{s_{av \text{ رفت}}}{s_{av \text{ برگشت}}} = \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow s_{av \text{ برگشت}} = \frac{3}{5} s_{av \text{ رفت}}$$

$$\Rightarrow s_{av \text{ برگشت}} = 0.6 s_{av \text{ رفت}} \Rightarrow s_{av \text{ برگشت}} = 60\% s_{av \text{ رفت}}$$

درمی‌یابیم، تندی متوسط در مسیر برگشت ۶۰ درصد تندی متوسط در مسیر رفت است. یعنی تندی متوسط در مسیر برگشت ۴۰ درصد نسبت به مسیر رفت کاهش یافته است.

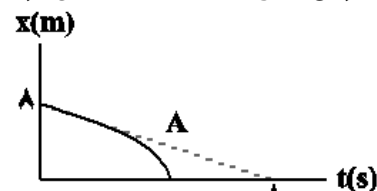


گزینه درست: ۲

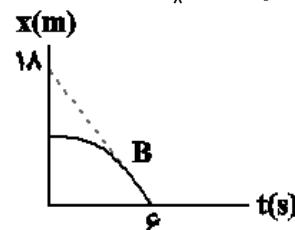
سوال ۱۰

گزینه «۲»

تندی در مبدأ زمان، یعنی تندی در لحظه $t = 0$ و تندی در مبدأ مکان، یعنی تندی در لحظه‌ای که متحرک از مبدأ مکان عبور می‌کند. یعنی در لحظه $t = 6$ s. بنابراین کافی است، شیب مماس بر نمودار مکان - زمان را در لحظه‌های فوق حساب کنیم:



شیب خط مماس بر نمودار در لحظه $t = 6$ (خط A): $V_0 = \frac{-18}{6} = -3 \frac{m}{s}$



شیب خط مماس بر نمودار در لحظه $t = 6$ (خط B): $V_{(t=6s)} = \frac{-18}{6} = -3 \frac{m}{s}$

می‌بینیم، تندی متحرک در لحظه $t = 6$ s (مبدأ مکان) به اندازه $\Delta v = 3 - 1 = 2 \frac{m}{s}$ از تندی متحرک در $t = 0$ s (مبدأ زمان) بیشتر است.

گزینه درست: ۲

سوال ۱۱

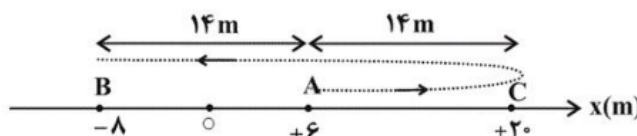
گزینه «۲»

با توجه به جدول ارائه شده، وقتی متحرک از مکان A ($x_A = +6i$ (m)) تا مکان B ($x_B = -18i$ (m)) جابه‌جا می‌شود، سرعت متوسطش $\vec{v}_{av} = (-2 \frac{m}{s})i$ می‌شود.

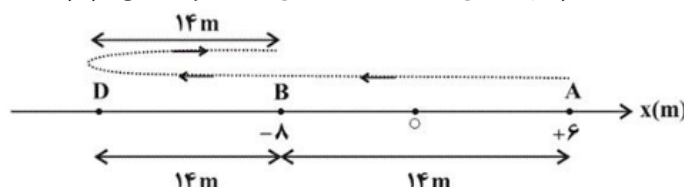
$$\left\{ \begin{array}{l} v_{av} = \frac{x_B - x_A}{\Delta t} \\ s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{v_{av}}{s_{av}} = \frac{x_B - x_A}{l} \Rightarrow \frac{-2 \frac{m}{s}}{s_{av}} = \frac{-18 - 6}{l} \Rightarrow l = 42m$$

با توجه به این که متحرک یک بار تغییر جهت داده است، دو حالت زیر می‌تواند برای این متحرک اتفاق بیفتد.

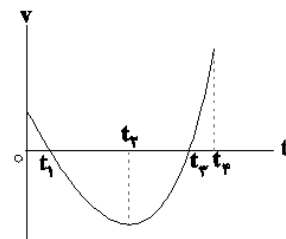
حالت اول: ابتدا متحرک در جهت محور x حرکت کرده و سپس تغییر جهت می‌دهد. مطابق شکل زیر و با توجه به این که مسافت طی شده برابر ۴۲ m است، متحرک در نقطه C تغییر جهت می‌دهد که در این لحظه در مکان $x = +20m$ قرار دارد و بردار مکان آن $\vec{r} = +20i$ (m) خواهد بود، که در گزینه‌ها وجود ندارد.



حالت دوم: متحرک ابتدا در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند و سپس تغییر جهت می‌دهد. مطابق شکل زیر، وقتی متحرک در نقطه D تغییر جهت می‌دهد، مسافت طی شده توسط آن برابر ۴۲ m است. در این حالت بردار مکان آن $\vec{r} = -22i$ (m) است.



۱۲



گزینه درست: ۲

سوال ۱۲

گزینه «۲»

بررسی عبارات:

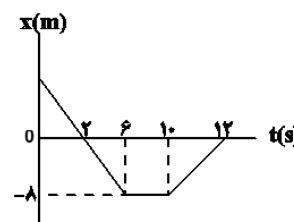
الف) نادرست است. در بازه زمانی صفر تا t_1 ، چون $v > 0$ است، بنابراین متحرک در جهت مثبت محور x در حال حرکت است، لذا $v_{av} > 0$ می‌باشد. از طرف دیگر، چون در این بازه زمانی شیب خطی که دو نقطه از نمودار را به هم متصل می‌کند، منفی است، بنابراین $a_{av} < 0$ خواهد بود.

ب) نادرست است. در نمودار سرعت - زمان، جهت حرکت (جهت بردار سرعت) در لحظاتی عوض می‌شود که نمودار، محور زمان را قطع کند. بنابراین در این نمودار در لحظه‌های t_1 و t_3 جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند. در لحظه t_2 جهت بردار شتاب تغییر کرده است.

پ) درست است. می‌دانیم بردار سرعت متوسط و جابه‌جایی متوسط در یک بازه زمانی همواره هم‌جهت‌اند. در بازه زمانی t_2 تا t_3 که نمودار سرعت - زمان زیر محور زمان است، $v < 0$ می‌باشد، لذا متحرک در خلاف جهت محور x در حال حرکت است. بنابراین در این بازه زمانی $v_{av} < 0$ می‌باشد. همچنین، چون شیب خطی که دو نقطه از نمودار را در این بازه زمانی به هم وصل می‌کند، مثبت است، $a_{av} > 0$ خواهد بود.

ت) درست است. در بازه زمانی t_3 تا t_4 که نمودار بالای محور زمان است، $v > 0$ می‌باشد. همچنین در این بازه زمانی که شیب خط مماس بر نمودار $v - t$ در هر لحظه مثبت می‌باشد، $a > 0$ است. بنابراین، a و v هر دو در جهت محور x هستند.

۱۳



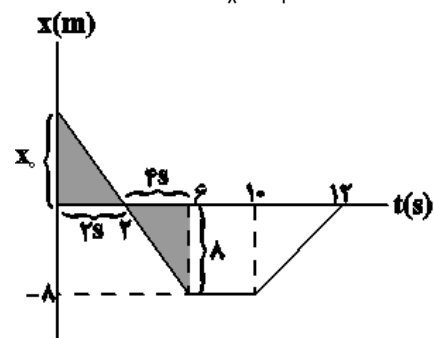
گزینه درست: ۲

سوال ۱۳

گزینه «۲»

با توجه به نمودار، در بازه زمانی صفر تا $6s$ که شیب خط مماس بر نمودار منفی است، سرعت متحرک نیز منفی می‌باشد، لذا متحرک در خلاف جهت محور x در حال حرکت است. بنابراین، ابتدا با استفاده از تشابه مثلث‌های هاشورخورده x_0 را می‌یابیم:

$$\frac{x_0}{\lambda} = \frac{v}{F} \Rightarrow x_0 = 4m$$



اکنون اندازه جابه‌جایی متحرک را در بازه زمانی صفر تا $6s$ می‌یابیم:

$$\Delta x = x_{t=6s} - x_0 = -4 - 4 = -8m$$

$$\Rightarrow |\Delta x| = 8m$$

۱۴

گزینه درست: ۱

سوال ۱۴

گزینه «۱»

شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان برابر با سرعت لحظه‌ای است. چون در ابتدا و انتهای بازه زمانی سرعت متحرک منفی است پس شیب خط مماس بر نمودار در این دو لحظه باید منفی باشد، (رد گزینه‌های ۲ و ۳) از طرفی چون سرعت متوسط مثبت است، پس باید $x_{13s} > x_0$ (رد گزینه «۴»)

۱۵

گزینه درست: ۳

سوال ۱۵

گزینه «۳»

بررسی گزاره‌ها:

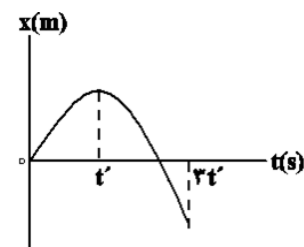
آ) درست

ب) درست، با توجه به رابطه سرعت متوسط، بردار سرعت متوسط و بردار جابه‌جایی با یکدیگر هم‌جهت‌اند. (Δt همواره مثبت است)

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$$

پ) درست، اگر تندی متحرک در یک بازه زمانی صفر نشود، در این بازه جهت حرکت متحرک تغییر نکرده و بنابراین بزرگی جابه‌جایی و مسافت طی شده با یکدیگر برابرند و مطابق رابطه تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط این دو کمیت نیز با یکدیگر برابرند.

ت) نادرست - بردار سرعت لحظه‌ای به جهت حرکت متحرک بستگی دارد و الزاماً هم‌جهت با بردار مکان نیست.



۱۶

گزینه درست: ۲

سوال ۱۶

گزینه «۲»

در بازه زمانی ۰ تا t' متحرک در جهت مثبت محور Xها و در بازه زمانی t' تا $3t'$ متحرک در جهت منفی محور Xها در حال حرکت است. با توجه به رابطه تندی متوسط و سرعت متوسط داریم:

$$\Delta x_{0-t'} = s_{av} \times t' \quad (I)$$

$$\Delta x_{t'-3t'} = -s'_{av} \times (3t' - t') = -2s'_{av}t' \quad (II)$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x_{0-t'} + \Delta x_{t'-3t'}}{3t' - 0} \quad \xrightarrow{(I, II), s'_{av} = 0/\Delta s_{av}} \quad v_{av} = -\frac{1}{3} \frac{m}{s}$$

$$-1 = \frac{s_{av} \times t' - 2s'_{av}(2t')}{3t'} = s_{av} \frac{(1 - 2 \times 0/\Delta)}{3}$$

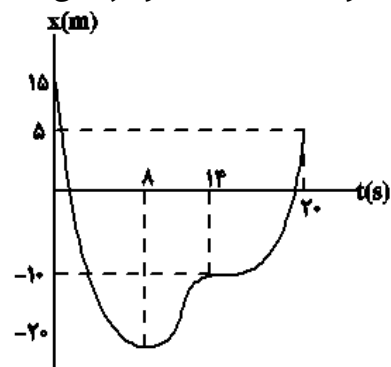
$$\Rightarrow s_{av} = 15 \frac{m}{s} \Rightarrow s'_{av} = \frac{s_{av} \times t' + 0/\Delta s_{av} \times 2t'}{3t'} = 5 \times 2/6 = 13 \frac{m}{s}$$

گزینه «۱»

با توجه به رابطه سرعت متوسط مکان متحرک را در لحظه $t = ۲۰s$ به دست می آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow -۵/۵ = \frac{x - ۱۵}{۲۰} \\ \Rightarrow x = ۵m$$

با توجه به اینکه فقط دو بار تندی متحرک صفر شده است، پس نمودار مکان - زمان آن مطابق شکل زیر است:



با توجه به نمودار به بررسی گزاره های درست می پردازیم:

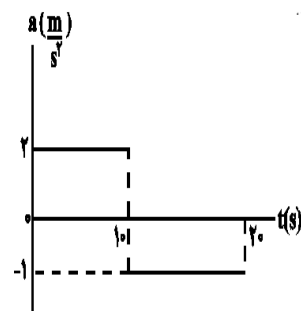
(آ) درست است. مطابق نمودار دو بار بردار مکان متحرک تغییر کرده است.

(ب) نادرست است. جهت حرکت متحرک تنها در لحظه $t = ۸s$ تغییر کرده است.

(پ) نادرست است. متحرک در بازه زمانی $t_A = ۸s$ تا $t' = ۲۰s$ ($t' - t_A = ۱۲s$) در جهت مثبت محور x ها در حال حرکت است.

(ت) نادرست است. با توجه به رابطه تندی متوسط داریم:

$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}, \ell = |\Delta x_{0-8s}| + |\Delta x_{8s-20s}| = |-۲۰ - ۱۵| + |۵ - (-۲۰)| \\ = ۳۵ + ۲۵ = ۶۰m \Rightarrow S_{av} = \frac{۶۰}{۲۰} = ۳ \frac{m}{s}$$



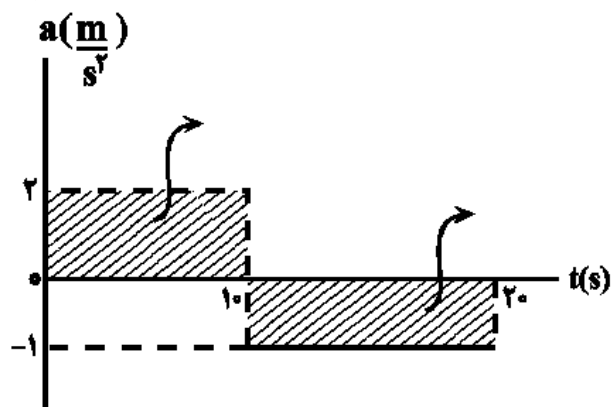
گزینه درست: ۲

سوال ۱۸

گزینه «۲»

با توجه به نمودار شتاب - زمان و سرعت اولیه متحرک، نمودار سرعت - زمان جسم را رسم می‌کنیم. می‌دانیم سطح محصور بین نمودار شتاب - زمان و محور زمان برابر تغییرات سرعت است.

$$\begin{cases} S_1 = \Delta V_1 = 2 \times 10 = 20 \frac{m}{s} \\ \Rightarrow V_{10s} = 0 \end{cases}$$

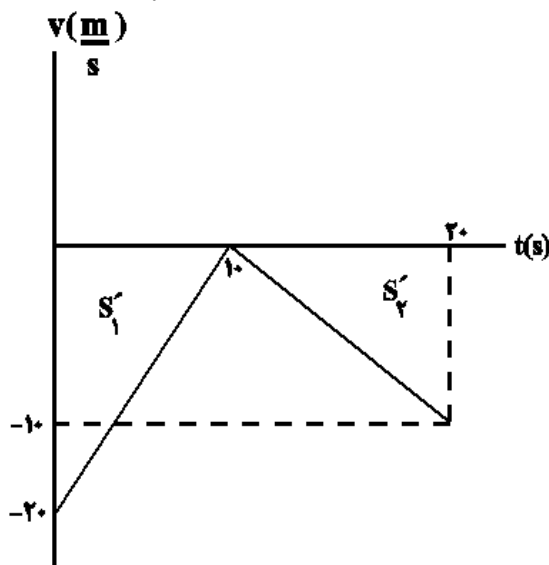


$$\begin{cases} S_2 = \Delta V_2 = -10 \frac{m}{s} \\ \Rightarrow V_{20s} = -10 \frac{m}{s} \end{cases}$$

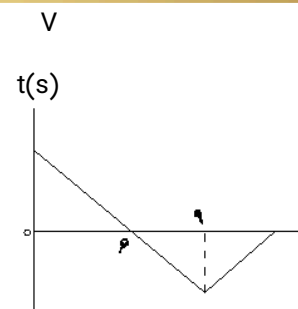
با توجه به نمودار سرعت - زمان مسافت طی شده در ۲۰ ثانیه اول حرکت را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} l = s_1 + s_2 &= \frac{20 \times 10}{2} + \frac{10 \times 10}{2} \\ &= \frac{300}{2} = 150m \end{aligned}$$

اکنون مطابق رابطه تندی متوسط، داریم:



$$\begin{aligned} S_{av} &= \frac{l}{\Delta t} \quad \begin{matrix} l=150m \\ \Delta t=20s \end{matrix} \\ S_{av} &= \frac{150}{20} = 7.5 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

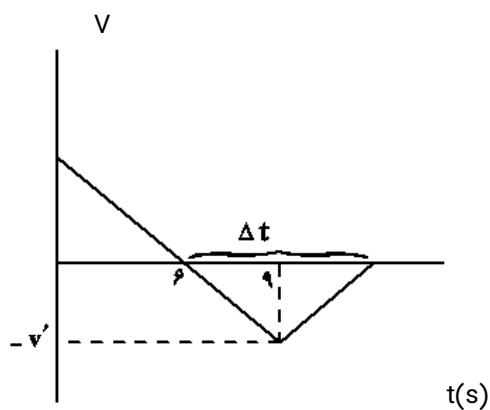


گزینه درست: ۱

سوال ۱۹

گزینه «۱»

در بازه زمانی Δt متحرک در خلاف جهت محور xها در حال حرکت است. با توجه به اینکه مساحت محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی است داریم:

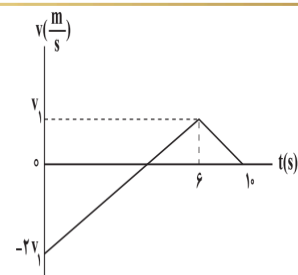


$$s_{av} = \frac{v' \times \Delta t}{\Delta t} \quad s_{av} = 17 \frac{m}{s}$$

$$v' = 24 \frac{m}{s}$$

$$\frac{v_o}{6} = \frac{24}{3} \Rightarrow v_o = 48 \frac{m}{s}$$

اکنون با استفاده از تشابه مثلث‌ها تندی اولیه متحرک را به دست می‌آوریم:



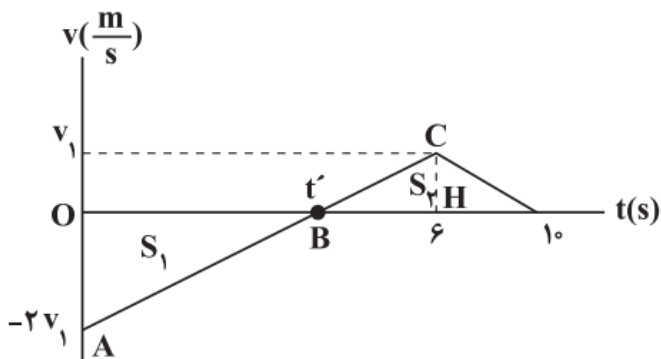
گزینه درست: ۴

سوال ۲۰

گزینه «۴»

ابتدا با استفاده از رابطه تندی متوسط مسافت طی شده در بازه زمانی صفر تا ۱۰s را می‌یابیم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow 3/5 = \frac{\ell}{10} \Rightarrow \ell_{[0sIU_0]} = 35m \quad (1)$$



با توجه به نمودار $v-t$ ، بیشینه تندی متحرک برابر $2v_1$ است. برای یافتن آن باید از سطح زیر نمودار استفاده کنیم. برای یافتن سطح زیر نمودار، به عدد لحظه t' نیاز داریم که با استفاده از تشابه دو مثلث OAB و BHC به دست می‌آید:

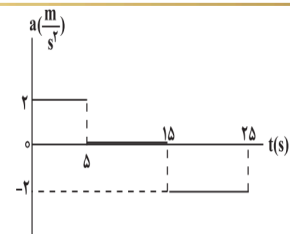
$$\frac{AO}{HC} = \frac{OB}{HB} \Rightarrow \frac{2v_1}{v_1} = \frac{t'}{6-t'} \Rightarrow \frac{t'}{6-t'} = 2 \Rightarrow 12 - 2t' = t' \Rightarrow t' = 4s$$

با داشتن t' به صورت زیر، v_1 و به دنبال آن $2v_1$ را پیدا می‌کنیم:

$$\ell_{[0sIU_0]} = |\Delta x_{[FsIU_0]}| + |\Delta x_{[0sIU_0]}| = S_1 + S_2$$

$$\Rightarrow 35 = \frac{2v_1 \times 4}{2} + \frac{v_1 \times 6}{2} \Rightarrow 7v_1 = 35 \Rightarrow v_1 = 5 \frac{m}{s}$$

بنابراین بیشینه تندی متحرک در ۱۰ ثانیه اول حرکت، در مبدأ زمان و برابر $2v_1 = 10 \frac{m}{s}$ است.



گزینه درست: ۳

سوال ۲۱

گزینه «۳»

به کمک سطح محصور بین نمودار شتاب - زمان و محور زمان که برابر Δv است، می‌توان سرعت متحرک را در لحظه‌های مختلف محاسبه نمود و سپس نمودار $v-t$ آن را رسم و مدت زمانی که متحرک در جهت منفی محور x حرکت نموده است را به دست آورد. بنابراین با توجه به این‌که $v_0 = -5 \frac{m}{s}$ است، داریم:

$$\Delta v_1 = 2 \times 5 = 10 \frac{m}{s}, \Delta v_2 = -2 \times 10 = -20 \frac{m}{s}$$

Δv_1 تغییر سرعت در بازه زمانی صفر تا $5s$ و Δv_2 تغییر سرعت در بازه زمانی $5s$ تا $25s$ است.

$$v_{5s} = v_0 + \Delta v_1 \Rightarrow v_{5s} = -5 + 10 = 5 \frac{m}{s}$$

$$v_{15s} = v_{5s} = 5 \frac{m}{s}, v_{25s} = v_{15s} + \Delta v_2$$

$$v_{25s} = 5 + (-20) = -15 \frac{m}{s}$$

اکنون نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم می‌کنیم. می‌دانیم در لحظاتی که علامت سرعت متحرک منفی است، متحرک در خلاف جهت محور حرکت کرده است. بنابراین لازم است لحظه‌های t_1 و t_2 را پیدا کنیم. با استفاده از تشابه مثلث‌های ۱ و ۲ داریم:

$$\frac{5}{5} = \frac{t_1}{5-t_1} \Rightarrow t_1 = 2/5s$$

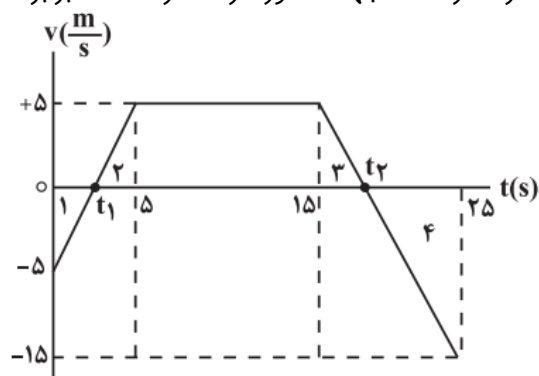
با استفاده از تشابه مثلث‌های ۳ و ۴ داریم:

$$\frac{5}{15} = \frac{t_2-15}{25-t_2} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{t_2-15}{25-t_2} \Rightarrow 3t_2 - 45 = 25 - t_2$$

$$\Rightarrow 4t_2 = 70 \Rightarrow t_2 = 17/5s$$

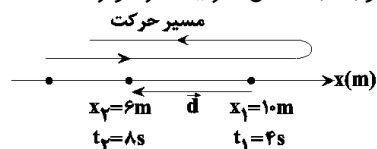
می‌بینیم متحرک در بازه زمانی صفر تا $2/5s$ و $17/5s$ تا $25s$ در خلاف جهت محور جابه‌جا شده است. بنابراین کل زمانی که

متحرک در خلاف جهت محور حرکت کرده است برابر است با: $\Delta t = 2/5 + (25 - 17/5) = 10s$



گزینه «۲»

با توجه به شکل هر یک از موارد داده شده را بررسی می‌کنیم:



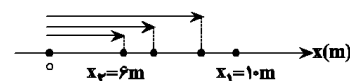
با توجه به شکل فوق، چون متحرک در لحظه $t_1 = 4s$ در مکان $x_1 = 10m$ است و فقط یکبار تغییر جهت داده است، قطعاً در مکان‌های $x > 10m$ یا $x = 10m$ این تغییر جهت رخ داده است؛ زیرا اگر در مکان‌های $6m < x < 10m$ تغییر جهت رخ دهد، دیگر نمی‌تواند در لحظه $t = 8s$ به مکان $x_2 = 6m$ برگردد. با توجه به این توضیحات:

(الف) نادرست است. در صورتی که متحرک در لحظه $t_1 = 4s$ تغییر جهت دهد، در بازه زمانی $4s$ تا $8s$ (چهار ثانیه دوم) طول بردار مکان همواره کاهش می‌یابد.

(ب) درست است. با توجه به شکل جهت بردار جابه‌جایی ($\vec{d}$) در خلاف جهت محور x است.

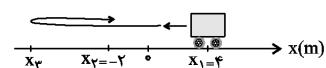
(پ) نادرست. اگر بردار سرعت متحرک در لحظه $t_1 = 4s$ در جهت منفی محور x باشد، در این صورت قبل از لحظه $t = 4s$ جهت حرکت متحرک تغییر کرده است.

(ت) درست است؛ چون در بازه زمانی $4s \leq t \leq 8s$ مکان متحرک در x ‌های مثبت قرار دارد، بنابراین بردار مکان همواره در سوی مثبت محور x است.



بنابراین، ۲ عبارت از عبارت‌های داده شده درست است.

گزینه «۳»



چون مسافت طی شده توسط متحرک از بزرگی جابه‌جایی بیشتر است، متحرک حداقل یک بار تغییر جهت داده است؛ بنابراین برای محاسبه حداکثر فاصله متحرک از نقطه شروع حرکت، فرض می‌کنیم که متحرک یک بار در مکان x_3 تغییر جهت می‌دهد.

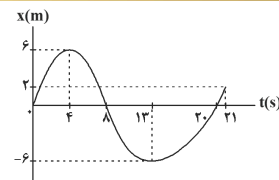
لذا با توجه به شکل مسیر حرکت داریم:

$$\frac{\text{مسافت}}{\text{اندازه جابه‌جایی}} = \frac{l}{|\Delta x|} = \frac{4 + |x_3| + |x_3| - 2}{|x_3 - x_1|} = \frac{2 + 2|x_3|}{|-2 - 4|} = \frac{2(1 + |x_3|)}{6} = \frac{|x_3| + 1}{3}$$

$$\frac{l}{|\Delta x|} = \frac{11}{3} \Rightarrow \frac{|x_3| + 1}{3} = \frac{11}{3} \Rightarrow |x_3| = 10m \xrightarrow{x_3 < 0} x_3 = -10m$$

در نهایت فاصله نقطه x_3 از x_1 را می‌یابیم: $x_3 - x_1 = -10 - 4 = -14m$ بنابراین، حداکثر فاصله متحرک از نقطه شروع حرکت $14m$ است.

۲۴



گزینه درست: ۳

سوال ۲۴

گزینه «۳»

با توجه به نمودار در بازه زمانی $t_1 = 8s$ تا $t_2 = 2s$ که نمودار زیر محور t است در واقع $x < 0$ است و بردار مکان در خلاف جهت محور x ها است.

$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{6+6}{2-8} = \frac{12}{-6} = -2 \frac{m}{s}$$

در بازه زمانی $t_1 = 4s$ تا $t_2 = 12s$ که شیب خط مماس بر نمودار منفی است، سرعت نیز منفی است و متحرک در خلاف جهت محور x ها در حال حرکت است، بنابراین بزرگی سرعت متوسط در این بازه زمانی برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-6 - (+6)}{12-4} = \frac{-12}{8} = -1.5 \frac{m}{s} \rightarrow |v_{av}| = 1.5 \frac{m}{s}$$

$$\frac{S_{av}}{v_{av}} = \frac{-2}{-1.5} = \frac{4}{3}$$

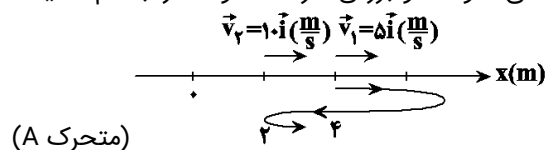
۲۵

گزینه درست: ۳

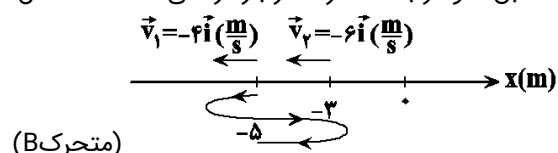
سوال ۲۵

گزینه «۳»

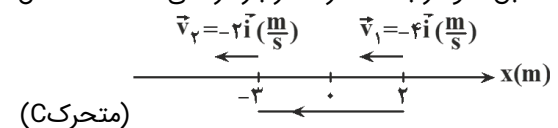
می‌دانیم در بازه زمانی که جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند تندی متوسط بزرگتر از بزرگی سرعت متوسط است. بنابراین، ابتدا بر روی محور x ها مکان هر یک از متحرک‌ها و جهت حرکت آنها را در لحظه‌های $1s$ و $2s$ مشخص می‌کنیم و سپس تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط را با هم مقایسه می‌کنیم:



مطابق نمودار بالا متحرک در بازه زمانی $1s$ تا $2s$ حداقل دو بار تغییر جهت داده است. بنابراین $|v_{av}| \neq S_{av}$ است.

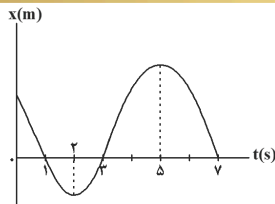


مطابق نمودار بالا متحرک در بازه زمانی $1s$ تا $2s$ حداقل دو بار تغییر جهت داده است. بنابراین $|v_{av}| \neq S_{av}$ است.



مطابق نمودار بالا حرکت متحرک می‌تواند بدون تغییر جهت از مکان $x_1 = 2m$ تا مکان $x_2 = -3m$ باشد. بنابراین در این صورت داریم:

$$|v_{av}| = S_{av}$$



گزینه درست: ۴

سوال ۲۶

گزینه «۴»

می‌دانیم جهت بردار مکان متحرک زمانی که $x < 0$ باشد، در خلاف جهت محور x است و زمانی که $x > 0$ در جهت مثبت محور x است. بنابراین، ابتدا وضعیت بردار مکان و بردار سرعت را در بازه‌های زمانی مختلف بررسی می‌کنیم.

$$0 \leq t \leq 1s \begin{cases} x > 0 \\ v < 0 \end{cases}, 1s < t \leq 2s \Rightarrow \begin{cases} x < 0 \\ v < 0 \end{cases}, 2s < t \leq 3s \Rightarrow \begin{cases} x < 0 \\ v > 0 \end{cases}$$

$$3s < t \leq 5s \begin{cases} x > 0 \\ v > 0 \end{cases}, 5s < t \leq 7s \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ v < 0 \end{cases}$$

می‌بینیم در بازه‌های زمانی $1s < t \leq 2s$ و $3s < t \leq 5s$ بردار مکان و بردار سرعت هم جهت هستند.

$$t' = (2 - 1) + (5 - 3) = 3s$$

همچنین در بازه‌های زمانی $0s$ تا $2s$ و $5s$ تا $7s$ بردار سرعت متحرک در خلاف جهت محور x ها و اندازه آن در بازه زمانی صفر تا

$$2s \text{ در حال کاهش است. } t'' = (2 - 0) = 2s$$

$$\frac{t'}{t''} = \frac{3}{2}$$

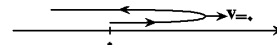
۲۷

گزینه درست: ۱

سوال ۲۷

گزینه «۱»

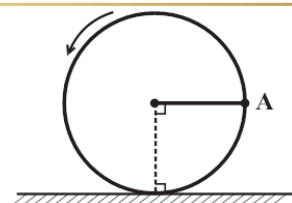
در نمودار سرعت-مکان، اگر $V > 0$ باشد، $\Delta x > 0$ است و بالعکس. با استفاده از این نکته به بررسی نمودارها می‌پردازیم:
الف) درست است. در این نمودار متحرک ابتدا در جهت مثبت محور x ها در حال حرکت است. پس از مدتی تندی آن صفر می‌شود و در خلاف جهت محور x ها حرکت خود را ادامه می‌دهد. مسیر حرکت متحرک بر روی محور x ها مطابق شکل زیر است:



ب) نادرست است. در این نمودار در ابتدای حرکت $v > 0$ است اما $x < 0$ است. بنابراین نمودار نمی‌تواند صحیح باشد.
پ) نادرست است. در این نمودار در لحظه‌ای که برای اولین بار پس از مبدأ زمان تندی متحرک صفر شده و جهت حرکت آن تغییر کرده است، باید متحرک در خلاف جهت محور x ها ادامه مسیر دهد و متحرک به مبدأ مکان نزدیک شود، در صورتی که از مبدأ مکان دور می‌شود.

ت) نادرست است. در مبدأ زمان سرعت متحرک منفی و در جهت محور x ها در حال افزایش است در صورتی که بایستی $x < 0$ باشد.

۲۸



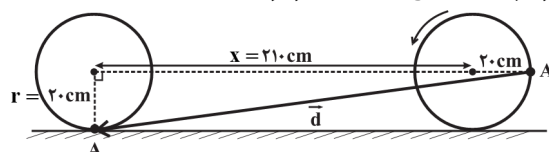
سوال ۲۸ گزینه درست: ۲

گزینه «۲»

مرکز حلقه به صورت افقی جابه‌جا می‌شود و جابه‌جایی آن برابر با مقدار مسافت طی شده بر روی محیط دایره است. بنابراین ابتدا تعداد دورهای چرخش حلقه را می‌یابیم:

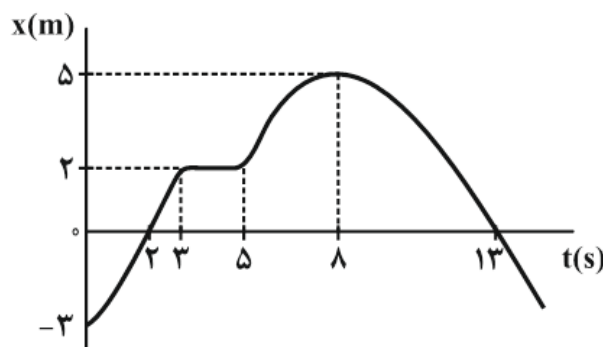
$$n = \frac{r_1 \theta}{r_2 \pi} = \frac{r_1 \theta}{r_2 \times 2\pi} \Rightarrow n = \frac{r_1}{r_2} = 1 + \frac{3}{4}$$

بنابراین برای آن که مرکز حلقه، 210cm جابه‌جا شود، باید حلقه یک دور کامل به اضافه $\frac{3}{4}$ دور بچرخد. مطابق شکل زیر، اندازه بردار جابه‌جایی نقطه A برابر است با:



$$d = \sqrt{(r+x)^2 + r^2} = \sqrt{(20+210)^2 + 20^2} = 10\sqrt{533}\text{cm}$$

۲۹



سوال ۲۹ گزینه درست: ۱

گزینه «۱»

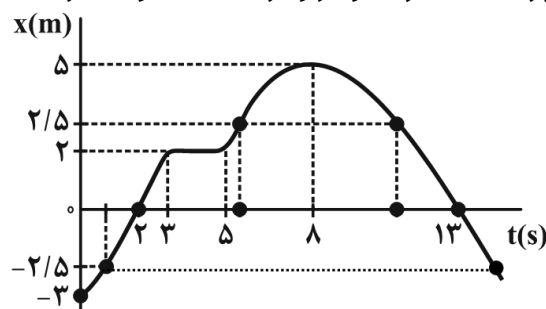
هر یک از گزاره‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزاره «الف»: متحرک یکبار و در لحظه 8s ، تغییر جهت می‌دهد. (غلط)

گزاره «ب»: متحرک در بازه زمانی صفر تا 2s و همچنین در بازه زمانی 8s تا 13s در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان می‌باشد که جمعاً 7s در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان است. (غلط)

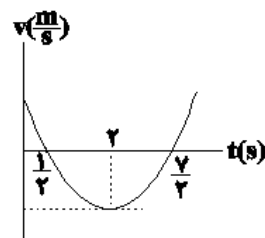
گزاره «ج»: متحرک ۴ بار در فاصله $2/5\text{m}$ مبدأ قرار می‌گیرد؛ یکبار قبل از لحظه $t = 2\text{s}$ ، یکبار در بازه زمانی 8s تا 13s و بار دیگر در بازه زمانی 13s تا 8s . (غلط)

گزاره «د»: متحرک دو بار و در لحظات 2s و 13s ، از مبدأ مکان می‌گذرد. (صحیح)



گزینه «۲»

ابتدا نمودار سرعت - زمان حرکت متحرک را رسم می‌کنیم.
با توجه به نمودار درستی هر یک از گزاره‌ها را بررسی می‌کنیم:

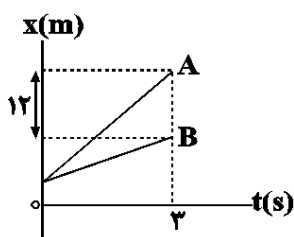


(آ) در دو ثانیه ابتدای حرکت، متحرک ابتدا در جهت مثبت محور x و سپس در جهت منفی محور x جابه‌جا می‌شود. (نادرست)
(ب) در بازه زمانی $\frac{1}{2}s < t < \frac{3}{2}s$ متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند بنابراین متحرک ۳ ثانیه در جهت منفی محور x جابه‌جا می‌شود. (درست)

(پ) در دو ثانیه دوم ($2s \leq t \leq 4s$) چون جهت حرکت متحرک در لحظه $t = 3/5s$ تغییر می‌کند مسافت طی شده و بزرگی جابه‌جایی در این بازه زمانی با یکدیگر برابر نیستند. (نادرست)

(ت) در ثانیه سوم ($2s \leq t \leq 3s$) متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند بنابراین بردار سرعت متوسط در خلاف جهت محور x ها است و بردار شتاب متوسط که برابر با شیب خط واصل این دو نقطه است در جهت مثبت محور x ها است. (نادرست)

۳۱



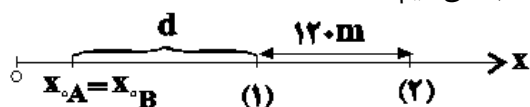
گزینه «۳»

با توجه به نمودار، اختلاف تندی دو متحرک را به دست می‌آوریم، داریم:

$$v_A - v_B = \frac{\Delta x_A}{t_A} - \frac{\Delta x_B}{t_B} = \frac{\Delta x_A = x_A - x_{0A}, x_A - x_B = 12m}{\Delta x_B = x_B - x_{0B}, t_A = t_B = 3s, x_{0A} = x_{0B}} \rightarrow$$

$$v_A - v_B = \frac{12}{3} = 4 \frac{m}{s}$$

با توجه به نمودار زیر اختلاف زمانی عبور دو متحرک از نقاط (۱) و (۲) را محاسبه می‌کنیم.



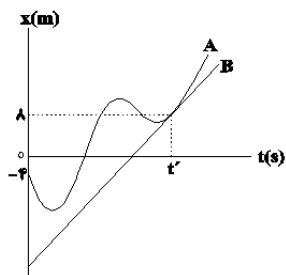
$$t_B - t_A = \frac{d}{v_B} - \frac{d}{v_A} \Rightarrow \Delta t = d \left(\frac{1}{v_B} - \frac{1}{v_A} \right) \quad I$$

$$t'_B - t'_A = \frac{d+12.0}{v_B} - \frac{d+12.0}{v_A} \Rightarrow \Delta t' = (d+12.0) \left(\frac{1}{v_B} - \frac{1}{v_A} \right) \quad II$$

$$I, II \xrightarrow{\Delta t' - \Delta t = 5s} 5 = 12.0 \left(\frac{v_A - v_B}{v_A v_B} \right) \xrightarrow{v_A - v_B = 4 \frac{m}{s}} \rightarrow$$

$$v_B(v_B + 4) = 96 \Rightarrow v_B^2 + 4v_B - 96 = 0 \Rightarrow \begin{cases} v_B = -12 \frac{m}{s} \\ v_B = 8 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{v_A = v_B + 4} v_A = 12 \frac{m}{s} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$



گزینه درست: ۳

سوال ۳۲

گزینه «۳»

چون دو نمودار در لحظه t' مماس بر یکدیگرند، پس سرعت آن‌ها در این لحظه با یکدیگر برابر است. با توجه به رابطه سرعت متوسط و شتاب متوسط، سرعت متحرک A را در لحظه t' به دست می‌آوریم:

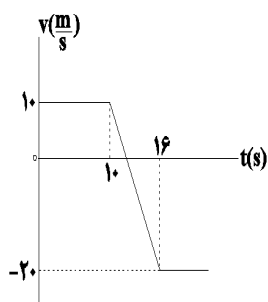
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = t', v_{av} = \frac{v}{2}]{\Delta x = 8 - (-4) = 12m} \frac{v}{2} = \frac{12}{t'} \Rightarrow t' = 8s$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow[v_s = -4 \frac{m}{s}, t' = 8s]{\Delta v = v_f - v_s, a_{av} = \frac{v}{2}} 2 = \frac{v_f + 4}{8} \Rightarrow v_{t'} = 12 \frac{m}{s}$$

اکنون با استفاده از رابطه مکان - زمان در حرکت یکنواخت، مکان اولیه متحرک B را به دست می‌آوریم:

$$x_B = v_B t' + x_{o,B} \Rightarrow 8 = 12 \times 8 + x_{o,B} \Rightarrow x_{o,B} = -88m$$

$$\Rightarrow \Delta x = x_{o,A} - x_{o,B} = 84m$$

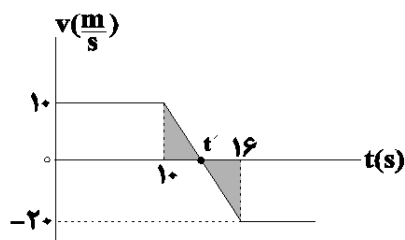


گزینه درست: ۳

سوال ۳۳

گزینه «۳»

متحرک در لحظه‌ای تغییر جهت می‌دهد که اندازه سرعت صفر شود و علامت سرعت متحرک عوض شود. این لحظه را t' می‌نامیم. بنا به تشابه داریم:



$$\frac{t' - 10}{10} = \frac{16 - t'}{20} \Rightarrow 2t' - 20 = 16 - t' \Rightarrow 3t' = 36$$

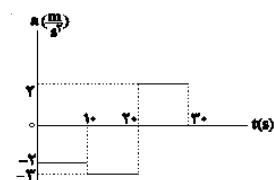
$\Rightarrow t' = 12s$ لحظه تغییر جهت متحرک

می‌دانیم سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان در یک بازه زمانی معین برابر بزرگی جابه‌جایی متحرک در آن بازه زمانی است. تا لحظه $t' = 12s$ مساحت ذوزنقه برابر است با:

$$S_{\text{ذوزنقه}} = \Delta x = x' - x_0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(10 + 12)10 = x' - (-10) \Rightarrow 110 = x' + 10$$

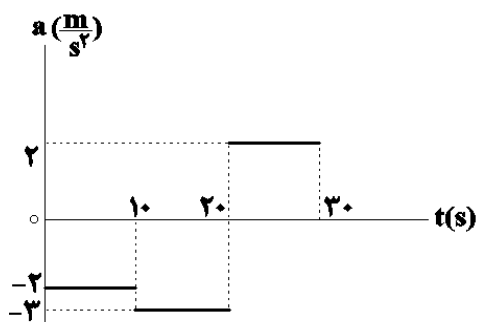
$$\Rightarrow x' = 100m$$



سوال ۳۴ گزینه درست: ۴

گزینه «۴»

ابتدا به کمک سطح محصور بین نمودار شتاب - زمان و محور زمان، سرعت متحرک را در لحظه‌های مختلف محاسبه نموده و به کمک آن نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم. می‌دانیم سطح محصور بین نمودار شتاب - زمان و محور زمان در یک بازه زمانی معین برابر با تغییرات سرعت متحرک در همان بازه زمانی است.

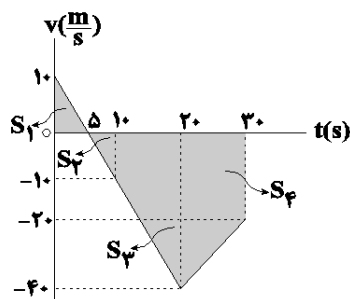


$$v_{10s} - v_0 = -20 \frac{m}{s} \Rightarrow v_{10s} = -20 + 0 = -20 \frac{m}{s}$$

$$v_{20s} - v_{10s} = -30 \frac{m}{s} \Rightarrow v_{20s} = -30 - 20 = -50 \frac{m}{s}$$

$$v_{30s} - v_{20s} = 20 \frac{m}{s} \Rightarrow v_{30s} = -50 + 20 = -30 \frac{m}{s}$$

حال با توجه به ثابت بودن شتاب در هر مرحله، نمودار $v-t$ را رسم می‌کنیم. با توجه به تشابه مثلث‌ها در لحظه $t = 5s$ جهت حرکت متحرک عوض شده است. حال به کمک سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان که در یک بازه زمانی معین برابر با بزرگی جابه‌جایی متحرک در همان بازه زمانی است، مسافت طی‌شده توسط متحرک و بیش‌ترین فاصله متحرک از مبدأ مکان را به‌دست می‌آوریم:



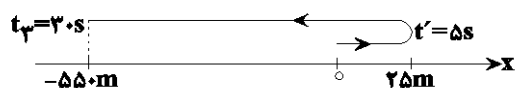
$$\text{مسافت طی شده توسط متحرک } l = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$$

$$= \frac{5 \times 10}{2} + \frac{5 \times 10}{2} + \frac{(10 + 30) \times 10}{2} + \frac{(30 + 30) \times 10}{2}$$

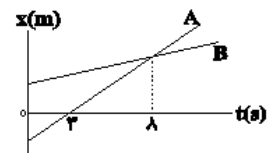
$$= 25 + 25 + 250 + 300 = 600m$$

متحرک در بازه زمانی ۵s تا ۳۰s در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. زیرا علامت سرعت در این بازه زمانی، منفی است. جابه‌جایی متحرک در ۱۰ ثانیه ابتدای حرکت صفر است. یعنی متحرک پس از گذشت ۱۰s به مبدأ مکان بر می‌گردد و پس از آن به اندازه $250 + 300 = 550$ متر در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، پس بیش‌ترین فاصله متحرک از مبدأ مکان، برابر با ۵۵۰ متر است.

حال مسیر حرکت متحرک را نمایش می‌دهیم:



با توجه به مسیر حرکت متحرک، در لحظه $t' = 5s$ متحرک تغییر جهت می‌دهد و در بازه زمانی ۵s تا ۱۰s به مبدأ مکان نزدیک می‌شود.

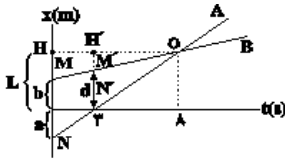


۳۵

گزینه درست: ۲

سوال ۳۵

گزینه «۲»



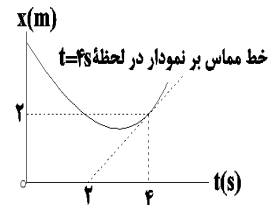
طبق فرض سؤال داریم: $v_A - v_B = 9 \frac{m}{s}$

$$\Rightarrow \frac{(L+a)}{\lambda} - \frac{(L-b)}{\lambda} = 9$$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{\lambda} = 9 \Rightarrow a+b = 9 \times \lambda = 72m$$

$$\frac{M'N'}{MN} = \frac{OH'}{OH} \Rightarrow \frac{d}{a+b} = \frac{\delta}{\lambda} \Rightarrow d = 45m$$

با استفاده از تشابه دو مثلث MNO و $M'N'O$ داریم:



۳۶

گزینه درست: ۱

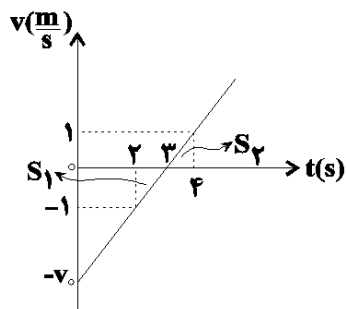
سوال ۳۶

گزینه «۱»

می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان بیانگر سرعت لحظه‌ای است.

$$v_{Fs} = \frac{v}{v} = 1 \frac{m}{s}$$

با توجه به این که جهت حرکت متحرک در لحظه $t = 3s$ عوض می‌شود، با رسم نمودار سرعت - زمان داریم:

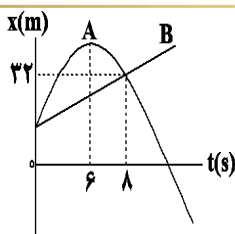


با توجه به تشابه دو مثلث داریم:

$$\frac{v_0}{3} = \frac{1}{1} \Rightarrow v_0 = 3 \frac{m}{s}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = t - 3$$

$$x = |S_1| + |S_2| = \left| \frac{1 \times (-1)}{2} \right| + \left| \frac{1 \times 1}{2} \right| = 1m$$



گزینه درست: ۲

سوال ۳۷

گزینه «۲»

با توجه به نمودار مبدأ حرکت دو متحرک یکسان است. با توجه به نمودار، متحرک A با شتاب ثابت و متحرک B با سرعت ثابت حرکت می‌کند. با توجه به معادله مکان- زمان و سرعت - زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow[t=8s]{x=32m} 32 = \frac{1}{2}a \times 8^2 + 8v_0 + x_0$$

$$\Rightarrow 32 = 32a + 8v_0 + x_0 \Rightarrow \frac{32 - x_0}{8} = 4a + v_0$$

$$\xrightarrow[v_0 = -6a]{\frac{32 - x_0}{8} = -2a} (*)$$

$$v_A = at + v_0 \xrightarrow[v_0 = -6a]{v_A = -6a} v_A = at - 6a$$

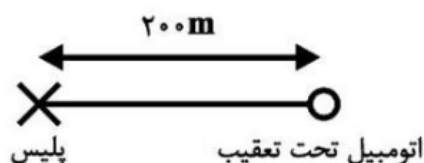
اکنون سرعت متحرک B را به دست می‌آوریم:

$$v_B = \frac{32 - x_0}{8} \xrightarrow[v_A = at - 6a]{(*), v_A = v_B} -2a = at - 6a \Rightarrow t = 4s$$

گزینه درست: ۱

سوال ۳۸

گزینه «۱»



در سؤال پلیس را با حرف P و اتومبیل دیگر را با حرف A نشان می‌دهیم:

$$x_P = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \xrightarrow[t=20s]{v_0=0} x_P = \frac{1}{2}a(20)^2 = 200a$$

$$x_A = vt + x_0 \xrightarrow[t=20s]{x_0=200m} x_A = 30(20) + 200 = 800m$$

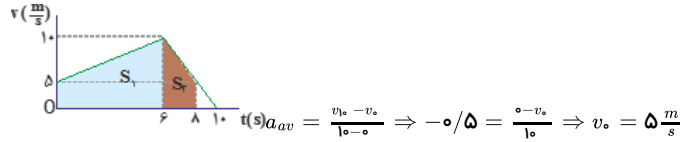
$$x_A - x_P = 100 \Rightarrow 800 - 200a = 100 \Rightarrow 200a = 700 \Rightarrow a = 3.5 \frac{m}{s^2}$$



سوال ۳۹ گزینه درست: ۲

گزینه «۲»

با توجه به این که شتاب متوسط متحرک در ۱۰ ثانیه ابتدایی حرکت منفی است، داریم:



برای محاسبه سرعت متوسط، ابتدا باید جابه‌جایی را محاسبه کنیم. با توجه به این که سطح زیر نمودار سرعت - زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است، پس ابتدا باید سرعت را در لحظه $t = 8s$ بیابیم. با استفاده از تشابه مثلث‌ها داریم:

$$\frac{v_A - v_F}{2} = \frac{v_{10} - v_6}{4} \Rightarrow \frac{v_A - 10}{2} = \frac{10 - 0}{4} \Rightarrow v_A = 15 \frac{m}{s}$$

$$\Delta x_K = S_1 + S_2 = \left(\frac{10+0}{2} \times 6\right) + \left(\frac{10+0}{2} \times 4\right) \Rightarrow \Delta x_K = (15 \times 4)m$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{15 \times 4}{8} = 7.5 \frac{m}{s} \quad \text{با: } 8 \text{ ثانیه ابتدایی حرکت برابر است با:}$$

سوال ۴۰ گزینه درست: ۳

گزینه «۳»

قطار B زمانی به طور کامل از قطار A سبقت می‌گیرد که انتهای قطار B به ابتدای قطار A برسد. بنابراین می‌توانیم ابتدای قطار A و انتهای قطار B را دو متحرک در نظر بگیریم. در لحظه $t=0$ ، فاصله این دو متحرک برابر با مجموع طول قطارهاست.

$$a_B = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$v_{0B} = 0$$

$$\ell = 450 + 600 = 1050m$$

$$v_A = 108 \frac{km}{h} = \frac{108}{3.6} \frac{m}{s} = 30 \frac{m}{s}$$

حرکت متحرک B دو مرحله دارد. اول ۱۸ ثانیه با شتاب $2 \frac{m}{s^2}$ حرکت می‌کند و سپس با تندی ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد.

$$x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 + v_{0B} t + x_{0B} \xrightarrow{x_{0B}=0, t=18s} x'_B = 324m$$

$$a_B = 2 \frac{m}{s^2}, v_{0B} = 0$$

اگر در لحظه t متحرک B به متحرک A برسد داریم:

$$x_B = x_A \xrightarrow{x_A = v_A t + x_{0A}, x_{0A} = 1050m} x_B = x_A$$

$$v_A = 30 \frac{m}{s}$$

$$x'_B + v_B(t - 18) = 30t + 1050$$

$$\xrightarrow{v_B = a_B t = 2 \times 18 = 36 \frac{m}{s}} 324 + 36(t - 18) = 30t + 1050$$

$$\xrightarrow{x'_B = 324m} \Rightarrow t = 229s$$

$$\Rightarrow x_B = 324 + 36(229 - 18) = 7920m$$

سوال ۴۱ گزینه درست: ۳

گزینه «۳»

ابتدا سرعت متحرک را محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-6}{2} = -3 \frac{m}{s}$$

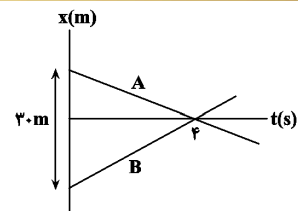
دو ثانیه ششم یعنی از $t_1 = 10s$ تا $t_2 = 12s$ می‌باشد و شروع این بازه، یعنی لحظه $t_1 = 10s$ که به کمک معادله مکان - زمان داریم:

$$x = vt + x_0 \xrightarrow{t_1=10s, x_1=-12m} -12 = -3 \times 10 + x_0 \Rightarrow x_0 = 18m$$

معادله مکان - زمان برابر است با:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow x = -3t + 18$$

(۴۲)



گزینه درست: ۱

سوال ۴۲

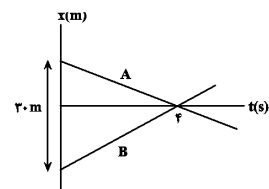
گزینه «۱»

مطابق نمودار داده شده، متحرک A در خلاف جهت محور x و متحرک B در جهت محور در حال حرکت است. بنابراین، اگر تندی متحرک A را v در نظر بگیریم، سرعت متحرک A که خلاف جهت محور x است، برابر $v_A = -v$ و سرعت متحرک B که دو برابر سرعت متحرک A است، برابر با $v_B = +2v$ خواهد بود. بنابراین، با استفاده از معادله حرکت با سرعت ثابت و با توجه به این که در لحظه $t = 4s$ ، مکان هر دو متحرک $x_A = x_B = 0$ می شود، می توان نوشت:

$$x_A = v_A t + x_{0A} \xrightarrow{x_A=0, t=4s} 0 = -v \times 4 + x_{0A} \Rightarrow x_{0A} = 4v$$

$$x_B = v_B t + x_{0B} \xrightarrow{x_B=0, t=4s} 0 = 2v \times 4 + x_{0B} \Rightarrow x_{0B} = -8v$$

از طرف دیگر، با توجه به نمودار، اختلاف مکان اولیه دو متحرک برابر $30m$ است؛ بنابراین داریم:



$$x_{0A} - x_{0B} = 30 \Rightarrow 4v - (-8v) = 30 \Rightarrow 12v = 30 \Rightarrow v = 2.5 \frac{m}{s}$$

اکنون با داشتن v ، مکان اولیه متحرک B را می یابیم و به دنبال آن، معادله حرکتش را می نویسیم:

$$x_{0B} = -8v \xrightarrow{v=2.5 \frac{m}{s}} x_{0B} = -8 \times 2.5 = -20m$$

$$x_B = v_B t + x_{0B} \xrightarrow{v_B=2v=5 \frac{m}{s}} x_B = 5t - 20$$

(۴۳)

گزینه درست: ۳

سوال ۴۳

گزینه «۳»

ابتدا با استفاده از معادله حرکت با سرعت ثابت و مکان های داده شده در لحظه های $t_1 = 2s$ و $t_2 = 5s$ ، سرعت متحرک و مکان اولیه آن را می یابیم:

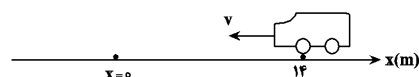
$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} t_1=2s \\ x_1=10m \end{cases} \rightarrow 10 = v \times 2 + x_0$$

$$\begin{cases} t_2=5s \\ x_2=4m \end{cases} \rightarrow 4 = v \times 5 + x_0$$

$$\Rightarrow 6 = -3v \Rightarrow v = -2 \frac{m}{s}, x_0 = 10 - 2 \times (-2) = 14m$$

$$x = vt + x_0 \Rightarrow x = -2t + 14$$

با توجه به شکل زیر و معادله حرکت، مشخص است که، متحرک از مکان $x_0 = +14m$ در خلاف جهت محور شروع به حرکت کرده است. بنابراین، مدت زمانی که متحرک فاصله مسافت بین $x_0 = +14m$ تا مبدأ مکان ($x = 0$) را طی می کند، به مبدأ مکان نزدیک می شود که به صورت زیر به دست می آید.



$$x = -2t + 14 \Rightarrow 0 = -2t + 14 \Rightarrow t = 7s$$

گزینه «۱»

چون تندی متحرک ۲، برابر متحرک B است. بنابراین در لحظه‌ای که متحرک A از مبدأ مکان عبور می‌کند مسافت طی شده توسط متحرک B برابر با نصف مسافت متحرک A تا این لحظه است.

$$l_A = 120m \Rightarrow l_B = \frac{120}{2} = 60m \xrightarrow{\Delta t = 4/5s, \Delta x_B = 75 - 60 = 15m} v_B = \frac{\Delta x_B}{\Delta t}$$

$$v_B = \frac{15}{4/5} = \frac{15 \cdot 5}{4} = \frac{75}{4} = \frac{10}{3} \frac{m}{s} \Rightarrow |v_A| = 2|v_B| = \frac{20}{3} \frac{m}{s}$$

اکنون معادله مکان دو متحرک را می‌نویسیم:

$$\left. \begin{aligned} x_A &= v_A t + x_{0A} \Rightarrow x_A = \frac{20}{3} t + 120 \\ x_B &= v_B t + x_{0B} \Rightarrow x_B = \frac{10}{3} t - 75 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{|x_A - x_B| < 60m}$$

$$\Rightarrow \left| \frac{20}{3} t + 120 - \frac{10}{3} t - 75 \right| < 60 \Rightarrow |-10t + 195| < 60$$

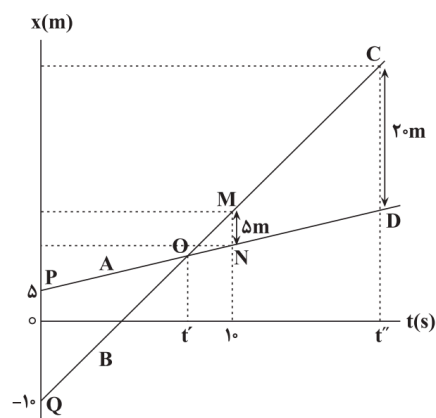
$$\Rightarrow 13/5 < t < 25/5 \Rightarrow \Delta t = 12s$$

گزینه «۴»

روش اول: ابتدا، مطابق شکل زیر، نمودار مکان - زمان دو متحرک را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم و سپس با توجه به تشابه مثلث‌های MNO و OPQ، لحظه t' که متحرک B از کنار متحرک A می‌گذرد را می‌یابیم:

$$\frac{\overline{PQ}}{\overline{MN}} = \frac{t'}{10-t'} \xrightarrow{\overline{PQ}=15m, \overline{MN}=5m} \frac{15}{5} = \frac{t'}{10-t'} \Rightarrow 3 = \frac{t'}{10-t'}$$

$$\Rightarrow 30 - 3t' = t' \Rightarrow 30 = 4t' \Rightarrow t' = 7.5s$$



اکنون، با استفاده از تشابه مثلث‌های CDO و OPQ، لحظه t'' را که فاصله دو متحرک از یکدیگر برابر ۲۰m است، می‌یابیم:

$$\frac{\overline{PQ}}{\overline{CD}} = \frac{t'}{t''-t'} \Rightarrow \frac{15}{20} = \frac{7.5}{t''-7.5} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{1}{t''-7.5}$$

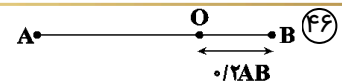
$$\Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{t''-7.5} \Rightarrow t''-7.5 = 4 \Rightarrow t'' = 11.5s$$

روش دوم: با نوشتن معادله مکان - زمان برای دو متحرک داریم:

$$\begin{cases} x_A = v_A t + 5 \\ x_B = v_B t - 10 \end{cases} \Rightarrow x_B - x_A = (v_B - v_A)t - 15$$

$$\xrightarrow[t=10s]{x_B - x_A = 5m} 5 = (v_B - v_A) \times 10 - 15 \Rightarrow v_B - v_A = 2 \frac{m}{s}$$

$$x_B - x_A = (v_B - v_A)t - 15 \xrightarrow[v_B - v_A = 2 \frac{m}{s}]{x_B - x_A = 20m} t = \frac{35}{2} = 17.5s$$



سوال ۴۶ گزینه درست: ۱

گزینه «۱»

چون متحرک A نسبت به متحرک B، در مدت زمان یکسان مسافت بیشتری طی کرده است تا به نقطه O برسد، اندازه سرعت آن بیشتر است و متحرک سریعتر محسوب می‌شود.

بنابراین با استفاده از رابطه جابه‌جایی در حرکت با سرعت ثابت، ابتدا مدت زمانی که متحرک A (تندتر) از نقطه A به O می‌رسد را می‌یابیم:

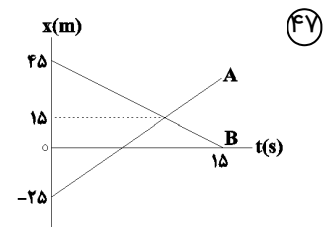
$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow \begin{cases} \frac{v_{AB}}{2} = v_A \times t_1 \\ \frac{v_{AB}}{2} = v_A \times t_1 \end{cases} \Rightarrow \frac{v_{AB}}{2} = \frac{v_A \times t_1}{1} \Rightarrow t = 12 \text{ s}$$

این ۱۲ ثانیه، مدت زمان حرکت متحرک تندتر (A) از A تا O است.

از آنجایی که هر دو متحرک هم‌زمان شروع به حرکت کرده‌اند و در نقطه O به هم رسیده‌اند، لذا، متحرک کندتر (B) در همان مدت ۱۲ ثانیه از نقطه B تا نقطه O را طی می‌کند. پس:

$$\begin{cases} \frac{v_{AB}}{2} = v_B \times 12 \\ \frac{v_{AB}}{2} = v_B \times t_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{v_{AB}}{2} = \frac{v_B \times 12}{1} \Rightarrow t = 48 \text{ s}$$

بنابراین ۴۸ ثانیه طول می‌کشد تا متحرک B از نقطه O به نقطه A برسد.



سوال ۴۷ گزینه درست: ۳

گزینه «۳»

ابتدا با توجه به نمودار مکان - زمان‌های داده شده، معادله مکان - زمان هر کدام را می‌نویسیم. چون نمودارها به صورت خط راست است، هر دو متحرک با سرعت ثابت حرکت می‌کنند. بنابراین داریم:

$$v_B = \frac{\Delta x_B}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t=15s} v_B = \frac{-45}{15} = -3 \frac{m}{s}$$

$$x_B = v_B t + x_{0B} \xrightarrow{x_{0B}=45m} x_B = -3t + 45$$

از طرف دیگر، چون دو متحرک در مکان $x = 15$ به هم رسیده‌اند، زمان این لحظه را می‌یابیم:

$$x_B = -3t + 45 \Rightarrow 15 = -3t + 45 \Rightarrow t = 10 \text{ s}$$

بنابراین مطابق نمودار، در لحظه $t = 10 \text{ s}$ ، متحرک A در مکان $x = 15 \text{ m}$ است. پس، سرعت متحرک A و به دنبال آن، معادله حرکتش را پیدا می‌کنیم.

$$x_A = v_A t + x_{0A} \xrightarrow{x_{0A}=-25m, t=10s} 15 = v_A \times 10 - 25$$

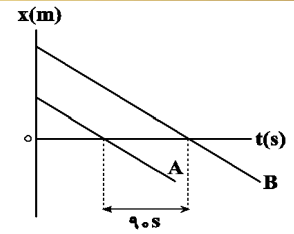
$$\Rightarrow v_A = 4 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow x_A = 4t - 25$$

با توجه به این که باید فاصله دو متحرک کمتر از 20 m باشد، می‌توان نوشت:

$$|x_A - x_B| = |4t - 25 - (-3t + 45)| = |7t - 70| < 20 \Rightarrow -20 < 7t - 70 < 20 \Rightarrow 50 < 7t < 90 \Rightarrow \frac{50}{7} < t < \frac{90}{7}$$

می‌بینیم در بازه زمانی $\frac{50}{7} \text{ s}$ تا $\frac{90}{7} \text{ s}$ ، یعنی به مدت $\frac{40}{7} \text{ s}$ در فاصله کمتر از 20 m نسبت به هم قرار دارند.



۴۸

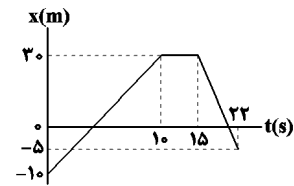
گزینه درست: ۴

سوال ۴۸

گزینه «۴»

با توجه به این که حرکت دو متحرک یکنواخت با تندی یکسان است، معادله حرکت دو متحرک را می نویسیم و اختلاف فاصله دو متحرک را در مبدأ زمان حساب می کنیم.

$$\begin{aligned} \text{معادله حرکت: } \begin{cases} x_A = -3t + x_{0A} \Rightarrow x_A = 0 \Rightarrow t_A = \frac{x_{0A}}{3} \\ x_B = -3t + x_{0B} \Rightarrow x_B = 0 \Rightarrow -3t + x_{0B} = 0 \Rightarrow t_B = \frac{x_{0B}}{3} \end{cases} \\ \Rightarrow t_B - t_A = 9.0 \text{ s} \Rightarrow +\frac{x_{0B}}{3} - \frac{x_{0A}}{3} = 9.0 \Rightarrow x_{0B} - x_{0A} = 27.0 \text{ m} \end{aligned}$$



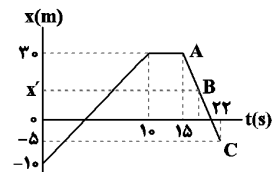
۴۹

گزینه درست: ۱

سوال ۴۹

گزینه «۱»

بزرگی سرعت متوسط در هر بازه را به طور جداگانه به دست می آوریم:



$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{طبق نمودار} \begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = -10 \text{ m} \\ t_2 = 15 \text{ s} \Rightarrow x_2 = 30 \text{ m} \end{cases} \\ \Rightarrow v_{av[0,15]} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{30 - (-10)}{15 - 0} = \frac{40}{15} \text{ m/s} \quad (*) \end{aligned}$$

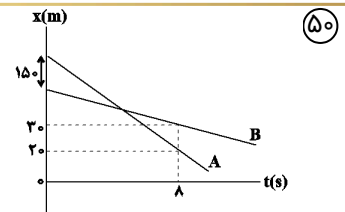
برای یافتن مکان در لحظه $t = 20 \text{ s}$ از یکسان بودن شیب خط یک بار با در نظر گرفتن دو نقطه A و C و بار دیگر با در نظر گرفتن دو نقطه A و B استفاده می کنیم:

$$\begin{aligned} \text{شیب خط} &= \frac{x_C - x_A}{t_C - t_A} = \frac{-5 - 30}{22 - 10} = -\frac{35}{12} \\ \text{شیب خط} &= \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A} = \frac{x' - 30}{15 - 10} = \frac{x' - 30}{5} \Rightarrow \frac{x' - 30}{5} = -\frac{35}{12} \\ &\Rightarrow x' = 5 \text{ m} \end{aligned}$$

بنابراین اندازه سرعت متوسط در ۱۰ ثانیه دوم برابر است با:

$$\begin{cases} t_1 = 10 \text{ s} \Rightarrow x_1 = 30 \text{ m} \\ t_2 = 20 \text{ s} \Rightarrow x_2 = 5 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow |v_{av[10,20]}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{|5 - 30|}{20 - 10} = \frac{25}{10} \text{ m/s} \quad (**)$$

$$\xrightarrow{(*), (**)} \frac{|v_{av[0,15]}|}{|v_{av[10,20]}|} = \frac{\frac{40}{15}}{\frac{25}{10}} = \frac{16}{15}$$



گزینه درست: ۳

سوال ۵۰

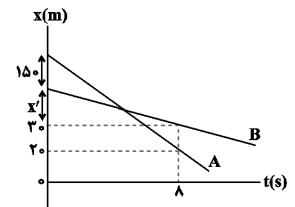
گزینه «۳»

چون نمودار مکان - زمان متحرک‌ها به صورت خط راست می‌باشد، هر دو متحرک با سرعت ثابت حرکت می‌کنند. بنابراین، مسافت طی شده توسط هر یک در ثانیه‌های مختلف با تندی آن‌ها برابر است. با توجه به این که در حرکت با سرعت ثابت، مسافت طی شده در ثانیه‌های مختلف یکسان است، کافی است، تفاضل تندی متوسط دو متحرک را بیابیم. با توجه به نمودار مکان - زمان، در مدت $\Delta t = 8s$ ، متحرک A مسافت $l_A = 150 + x' + 10$ و متحرک B مسافت $l_B = x'$ را می‌پیماید. بنابراین می‌توان نوشت:

$$s_{(av)A} - s_{(av)B} = \frac{l_A}{\Delta t_A} - \frac{l_B}{\Delta t_B}$$

$$\xrightarrow{\Delta t_A = \Delta t_B = 8s} s_A - s_B = \frac{150 + x' + 10}{8} - \frac{x'}{8} = 20 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow l_A - l_B = 20m$$



(۵۱)

گزینه درست: ۲

سوال ۵۱

گزینه «۲»

اگر طول پل را برابر با L و طول قطار را برابر با L' در نظر بگیریم، در حالتی که تمام طول قطار روی پل قرار دارد، مسافتی که طی می‌کند برابر است با:

$$d_1 = L - L'$$

و مسافت طی شده توسط قطار زمانی که وارد پل می‌شود تا زمانی که به طور کامل از پل خارج شود برابر است با:

$$d_2 = L + L'$$

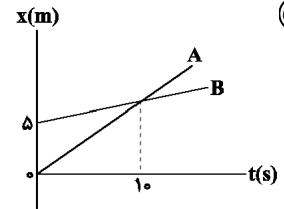
با توجه به این که تندی قطار ثابت است، داریم:

$$v = 108 \frac{km}{h} = \frac{108}{3.6} \frac{m}{s} = 30 \frac{m}{s}$$

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow d_2 - d_1 = v(t_2 - t_1)$$

$$\xrightarrow{t_2 - t_1 = 15s} (L + L') - (L - L') = 30 \times 15$$

$$\Rightarrow 2L' = 30 \times 15 \Rightarrow L' = 225m$$



۵۲

گزینه درست: ۴

سوال ۵۲

گزینه «۴»

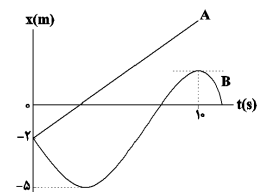
آن طور که نمودار نشان می دهد متحرک A از مکان $x_{0A} = 0$ و متحرک B از مکان $x_{0B} = 5m$ شروع به حرکت نموده اند و در لحظه $t = 10s$ به هم رسیده اند. بنابراین کافی است مکان متحرک B را در لحظه $t = 10s$ بیابیم و جابه جایی آن را حساب کنیم. چون در لحظه $t = 10s$ مکان هر دو متحرک یکسان است، به همین منظور با استفاده از معادله حرکت با سرعت ثابت و داشتن $v_A = 2 \frac{m}{s}$ ، مکان متحرک A را پیدا می کنیم.

$$x_A = v_A t + x_{0A} \quad \xrightarrow[t=10s]{x_{0A}=0, v_A=2 \frac{m}{s}} \quad x_A = 2 \times 10 + 0$$

$$\Rightarrow x_A = 20m$$

جابه جایی متحرک B در بازه زمانی صفر تا ۱۰ ثانیه برابر است با:

$$\Delta x_B = x_B - x_{0B} = 20 - 5 \Rightarrow \Delta x_B = 15m$$



۵۳

گزینه درست: ۴

سوال ۵۳

گزینه «۴»

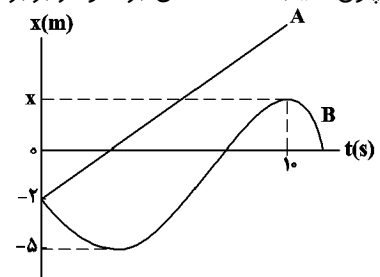
ابتدا با استفاده از رابطه تندى متوسط، مکان متحرک B را در لحظه $t = 10s$ به دست می آوریم.

$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t=10s, S_{av}=1/5 \frac{m}{s}]{\ell} \quad 1/5 = \frac{\ell}{10} \Rightarrow \ell = 15m$$

مسافت طی شده برابر ۱۵m است که با توجه به نمودار می توان نوشت:

$$15 = |-5 - (-2)| + |0 - (-5)| + |x_{t=10s} - 0| \Rightarrow x_{t=10s} = 7m$$

اکنون با استفاده از رابطه شتاب متوسط، سرعت متحرک B را در مبدأ زمان به دست می آوریم. دقت کنید، در لحظه $t = 10s$ ، چون شیب خط مماس بر نمودار برابر صفر است، در این لحظه $v = 0$ می باشد.



$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t=10s, v_{t=10s}=0]{a_{av}=0/25 \frac{m}{s^2}, \Delta v=v_{t=10s}-v_0} \quad 0/25 = \frac{0-v_0}{10}$$

$$\Rightarrow v_0 = -2/5 \frac{m}{s}$$

چون تندى دو متحرک در مبدأ زمان یکسان است، بنابراین با استفاده از معادله حرکت با سرعت ثابت، مکان متحرک A را در لحظه $t = 10s$ به دست می آوریم:

$$x_A = v_A t + x_{0A} \quad \xrightarrow[t=10s]{x_{0A}=-2m, v_A=2/5 \frac{m}{s}} \quad x_A = 2/5 \times 10 - 2 \Rightarrow x_A = 23m$$

در نهایت فاصله دو متحرک برابر است با: $x_A - x_B = 23 - 7 = 16m$



گزینه درست: ۱

سوال ۵۴

گزینه «۱»

دو قطار زمانی از کنار هم به طور کامل رد می‌شوند که مکان انتهایی دو قطار یکسان شود. بنابراین معادله مکان - زمان دو قطار را برای انتهای آن‌ها می‌نویسیم:

$$v_1 = 54 \frac{km}{h} = \frac{54}{3.6} \frac{m}{s} = 15 \frac{m}{s}$$

$$v_2 = -108 \frac{km}{h} = \frac{-108}{3.6} \frac{m}{s} = -30 \frac{m}{s}$$

$$x'_A = x_A - \ell_1 = -200 - 300 = -500m$$

$$x'_B = x_B + \ell_2 = 600 + 400 = 1000m$$

$$x_1 = v_1 t + x'_A \Rightarrow x_1 = 15t - 500 \quad \text{قطار (۱)}$$

$$x_2 = v_2 t + x'_B \Rightarrow x_2 = -30t + 1000 \quad \text{قطار (۲)}$$

$$x_1 = x_2 \Rightarrow t = \frac{1500}{45} = \frac{100}{3} s$$

$$t = \frac{100}{3} s \rightarrow x_A = 15 \times \frac{100}{3} - 200 = 300m$$

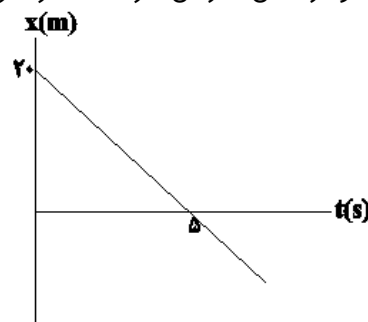
۵۵

گزینه درست: ۴

سوال ۵۵

گزینه «۴»

نمودار مکان - زمان حرکت متحرک را رسم می‌کنیم:



با توجه به نمودار، متحرک ابتدا به مبدأ مکان نزدیک و سپس دور می‌شود. (نادرستی گزینه «۱») حرکت متحرک همواره در خلاف جهت محور x است، (نادرستی گزینه «۲») باتوجه به اینکه جهت حرکت متحرک تغییر نمی‌کند مسافت طی شده با بزرگی جابه‌جایی جسم برابر است:

$$\Delta x = -4\Delta t \Rightarrow \ell = |\Delta x| = |-4 \times (10 - 0)| = 40m$$

بنابراین مسافت طی شده توسط متحرک برابر با $40m$ است. (نادرستی گزینه «۳») و سرعت متوسط متحرک در ثانیه پنجم برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t=1s]{\Delta x=-4\Delta t} v_{av} = -4 \frac{m}{s}$$

۵۶

گزینه درست: ۴

سوال ۵۶

گزینه «۴»

- (الف) صحیح است. در حرکت با شتاب ثابت بر روی خط راست، متحرک حداکثر یک بار می‌تواند تغییر جهت دهد.
- (ب) صحیح است. امکان ندارد در حرکت با شتاب ثابت ابتدا حرکت تندشونده (سرعت و شتاب هم‌علامت) و سپس کندشونده (سرعت و شتاب دارای علامت مخالف) باشد.
- (پ) صحیح است. در یک بازه زمانی معین، چون همواره مسافت طی شده برابر یا بزرگتر از اندازه جابه‌جایی است، در نتیجه همواره تندی متوسط برابر و یا بیش‌تر از اندازه سرعت متوسط خواهد بود.
- (ت) صحیح است. در حرکت با شتاب ثابت بر روی خط راست، حداکثر در دو زمان متفاوت، تندی می‌تواند یکسان باشد.

(۵۷)

گزینه درست: ۳

سوال ۵۷

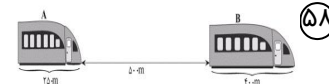
گزینه «۳»

با استفاده از تعریف سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 - \Delta x_2}{t_1 + t_2} \Rightarrow v_{av} = \frac{(v_{av})_1 t_1 - (v_{av})_2 t_2}{t_1 + t_2}$$

$$\Rightarrow 3/6 = \frac{1 \times 15 - 3 t_2}{15 + t_2} \Rightarrow 54 + 3/6 t_2 = 120 - 3 t_2$$

$$\Rightarrow 6/6 t_2 = 66 \Rightarrow t_2 = 10s$$



(۵۸)

گزینه درست: ۱

سوال ۵۸

گزینه «۱»

انتهای قطار A را به عنوان مبدأ مکان انتخاب می‌کنیم. در لحظه‌ای که قطار A به طور کامل از قطار B سبقت می‌گیرد مکان انتهای قطار A با مکان ابتدای قطار B یکسان می‌شود.

$$v_A = 90 \frac{km}{h} = \frac{90}{3.6} \frac{m}{s} = 25 \frac{m}{s}$$

$$v_B = 72 \frac{km}{h} = \frac{72}{3.6} \frac{m}{s} = 20 \frac{m}{s}$$

معادله مکان را برای انتهای قطار A و ابتدای قطار B می‌نویسیم، داریم:

$$x = vt + x_0 \quad \left\{ \begin{array}{l} v_A = 25 \frac{m}{s} \\ x_{0A} = 0 \end{array} \right\} \rightarrow X_A = 25t$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_B = 20 \frac{m}{s} \\ x_{0B} = 250 + 500 + 400 = 1150m \end{array} \right\} \rightarrow X_B = 20t + 1150$$

$$x_A = x_B \Rightarrow 25t = 20t + 1150 \Rightarrow t = \frac{1150}{5} = 230s$$

(۵۹)

گزینه درست: ۳

سوال ۵۹

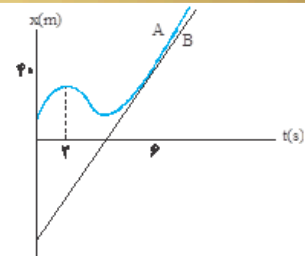
بررسی گزینه‌ها

گزینه «۱»: در حرکت متحرک با سرعت ثابت، سرعت متوسط متحرک در هر بازه زمانی یکسان و برابر با سرعت لحظه‌ای متحرک است.

گزینه «۲»: در حرکت با سرعت ثابت جهت حرکت ثابت است و تغییر نمی‌کند بنابراین متحرک پیوسته در حال دور شدن از مبدأ حرکت است. (مبدأ حرکت مکان متحرک در لحظه $t = 0$ است.)

گزینه «۳»: در حرکت با سرعت ثابت بردار جابه‌جایی متحرک با بردار سرعت هم‌جهت است. ولی لزوماً بردار مکان و بردار سرعت متحرک با یکدیگر هم‌جهت نیستند.

گزینه «۴»: در حرکت با سرعت ثابت با توجه به رابطه بردار شتاب متوسط، از آن‌جا که سرعت متحرک در تمام لحظه‌ها یکسان است، شتاب متوسط متحرک در هر بازه زمانی برابر صفر است.



۶۰

گزینه درست: ۱

سوال ۶۰

شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان برابر سرعت است. در لحظه $t_1 = 2s$ شیب خط مماس برابر صفر است. با توجه به رابطه شتاب متوسط سرعت متحرک در لحظه $t_2 = 6s$ را به دست می آوریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \frac{v_{(t_2=6s)} - 0}{v_{(t_1=2s)} - 0, \Delta t = 4s} = 4 \Rightarrow v_{(t=6s)} = 16 \frac{m}{s}$$

دو نمودار در لحظه $t_2 = 6s$ بر یکدیگر مماس هستند، بنابراین سرعت متحرک های A و B در لحظه $t_2 = 6s$ با یکدیگر برابر هستند.

$$x_B = v_B t + x_{0B} \xrightarrow[t=6s, x_B=4m]{v_B=16 \frac{m}{s}} 4 = 16 \times 6 + x_{0B} \Rightarrow x_{0B} = -56m$$

۶۱

گزینه درست: ۲

سوال ۶۱

معادله مکان - زمان در حرکت با سرعت ثابت در مسیری مستقیم به صورت $x = vt + x_0$ می باشد. بنابراین معادله مکان - زمان دو متحرک A و B به صورت زیر می باشد. در لحظه ای که دو متحرک به هم می رسند، مکان های آنها یکسان است. داریم:

$$\left. \begin{array}{l} x_A = -25t + 700 \\ x_B = 50t - 200 \end{array} \right\} \Rightarrow x_A = x_B \Rightarrow -25t_1 + 700 = 50t_1 - 200 \Rightarrow 75t_1 = 900 \Rightarrow t_1 = 12s$$

در لحظه $t_1 = 12s$ دو متحرک به هم می رسند.

۶۲

گزینه درست: ۲

سوال ۶۲

گزینه «۲»

کامیون را متحرک (۱) و خودرو را متحرک (۲) در نظر می گیریم و با فرض مکان اولیه خودرو به عنوان مبدأ مکان، معادله هر دو متحرک را می نویسیم. داریم:

$$x_1 = v_1 t + x_{01} \Rightarrow x_1 = 30t - 125$$

$$x_2 = \frac{1}{2} a t^2 + v_{02} t + x_{02} \Rightarrow x_2 = \frac{1}{2} \times 2 t^2 + 0 + 0 \Rightarrow x_2 = t^2$$

لحظه ای که دو متحرک به هم می رسند، مکان های آنها با یکدیگر برابر است. داریم:

$$x_1 = x_2 \Rightarrow 30t - 125 = t^2 \Rightarrow t^2 - 30t + 125 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 5s \\ t_2 = 25s \end{cases}$$

در لحظه $t_1 = 5s$ کامیون از خودرو و در لحظه $t_2 = 25s$ خودرو از کامیون سبقت می گیرد. پس داریم:

$$v_2 = a_2 t_2 + v_{02} \Rightarrow v_2 = 2 \times 25 + 0 = 50 \frac{m}{s}$$

۶۳

سوال ۶۳

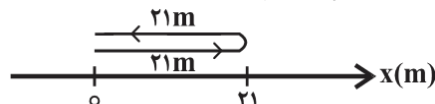
گزینه درست: ۴

جسم با توجه به هر یک از حالت‌های زیر می‌تواند مسافت ۴۲ متر را طی مدت ۱۰ ثانیه طی کند.
حالت اول: بدون تغییر جهت:



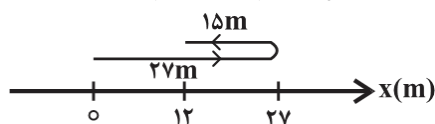
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta x = 42m} v_{av} = \frac{42}{10} = 4.2 \frac{m}{s}$$

حالت دوم: تغییر جهت متقارن:



$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta x = 0} v_{av} = 0$$

حالت سوم: تغییر جهت غیرمتقارن:



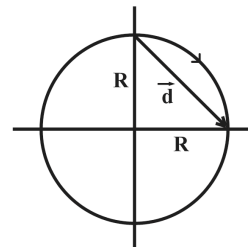
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta x = 12m} v_{av} = \frac{12}{10} = 1.2 \frac{m}{s}$$

۶۴

سوال ۶۴

گزینه درست: ۳

زمانی که متحرک ربع محیط دایره را می‌پیماید، اندازه جابه‌جایی آن برابر است با:



$$d = \sqrt{R^2 + R^2} \Rightarrow d = R\sqrt{2}$$

بنابراین طبق تعریف سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow 5\sqrt{2} = \frac{R\sqrt{2}}{1} \Rightarrow R = 10m$$

با توجه به این‌که متحرک با تندی ثابت روی محیط دایره حرکت می‌کند، تندی متوسط و لحظه‌ای آن با هم برابر است و داریم:

$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{\frac{1}{4} \pi R}{1} \xrightarrow{R=10m} v_{av} = \frac{\pi \times 10}{4} = 2.5\pi \frac{m}{s}$$

۶۵

سوال ۶۵

گزینه درست: ۴

بر اساس نتیجه مسابقه اول می‌توان نسبت تندی دو متحرک را محاسبه نمود.

$$\begin{aligned} \Delta x_A &= v_A t \Rightarrow 100 = v_A t \\ \Delta x_B &= v_B t \Rightarrow 100 = v_B t \end{aligned} \Rightarrow \frac{100}{100} = \frac{v_A}{v_B} \quad (1)$$

در حالت دوم، طول مسیر دوندۀ A برابر با $100 + x$ متر و طول مسیر دوندۀ B برابر با $100m$ است. بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} \Delta x_A &= v_A t \Rightarrow 100 + x = v_A t \\ \Delta x_B &= v_B t \Rightarrow 100 = v_B t \end{aligned} \Rightarrow \frac{100+x}{100} = \frac{v_A}{v_B} \quad (2)$$

از (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

$$\frac{100}{100} = \frac{100+x}{100} \Rightarrow 1000 = 1000 + 10x \Rightarrow 200 = 10x \Rightarrow x = 20m$$

دوندۀ A اگر ۲۵ متر عقب‌تر از خط شروع باشد، هر دو با هم به خط پایان می‌رسند.

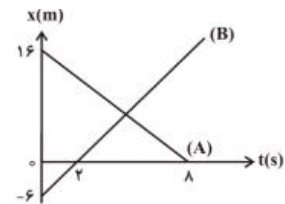
۶۶

سوال ۶۶

گزینه درست: ۱

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{13 - (-5)}{5 - 2} = 6 \frac{m}{s}$$

$$x = vt + x_0 \xrightarrow[t=5s]{v=6 \frac{m}{s}} x - x_0 = 6 \times 5 = 30m$$



۶۷

سوال ۶۷

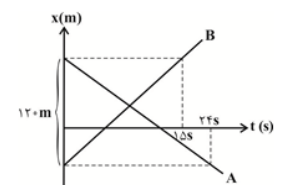
گزینه درست: ۲

چون نمودار مکان- زمان دو متحرک، خط راست است، حرکت یکنواخت و سرعت متوسط برابر با سرعت لحظه‌ای می‌باشد. ابتدا معادله مکان- زمان دو متحرک را نوشته و با مساوی قرار دادن آن‌ها، زمانی که دو متحرک از کنار یکدیگر می‌گذرند را به دست می‌آوریم:

$$x = vt + x_0$$

$$\bar{v} = v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} v_A = \frac{0 - 16}{4 - 0} = -4 \frac{m}{s} \Rightarrow x_A = -4t + 16 \\ v_B = \frac{0 - (-6)}{2 - 0} = 3 \frac{m}{s} \Rightarrow x_B = 3t - 6 \end{cases}$$

$$x_A = x_B \Rightarrow -4t + 16 = 3t - 6 \Rightarrow t = 4/7s$$



۶۸

سوال ۶۸

گزینه درست: ۲

با توجه به نمودار مکان- زمان داریم:
جابه‌جایی متحرک B در مدت ۱۵s برابر ۱۲۰m است، پس سرعت آن برابر است با:

$$v_B = \frac{\Delta x_B}{\Delta t_B} = \frac{120}{15} = 8 \frac{m}{s}$$

جابه‌جایی متحرک A در مدت ۲۴s نیز برابر ۱۲۰m - است پس سرعت آن

$$v_A = \frac{\Delta x_A}{\Delta t_A} = \frac{-120}{24} = -5 \frac{m}{s}$$

برابر است با:

پس معادله مکان- زمان هر دو متحرک A و B را نوشته سپس زمان رسیدن دو متحرک به هم را می‌یابیم:

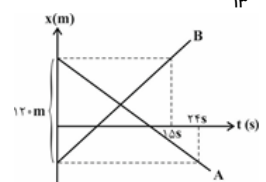
$$x_A = -5t + x_{0A} \quad (1)$$

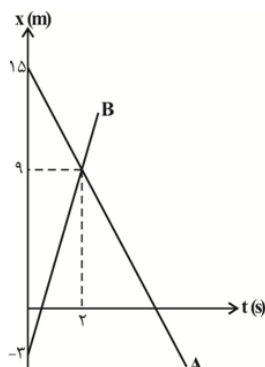
$$x_B = 8t + x_{0B} \quad (2)$$

$$x_A = x_B \xrightarrow{(2), (1)} -5t + x_{0A} = 8t + x_{0B}$$

$$x_{0A} - x_{0B} = 130 \xrightarrow{x_{0A} - x_{0B} = 120} 120 = 13t$$

$$t = \frac{120}{13} s$$





گزینه درست: ۴

سوال ۶۹

ابتدا معادله‌ی مکان- زمان حرکت هر یک از متحرک‌های A و B را به دست می‌آوریم:

$$\text{برای متحرک A: } x_A = v_A t + x_{0A} \xrightarrow{x_{0A}=15m} x_A = -3t + 15$$

$$v_A = \frac{9-15}{3-0} = -2 \frac{m}{s}$$

$$\text{برای متحرک B: } x_B = v_B t + x_{0B} \xrightarrow{x_{0B}=-3m} x_B = 6t - 3$$

$$v_B = \frac{9-(-3)}{3-0} = 4 \frac{m}{s}$$

حال لحظه‌ای را که متحرک A از مبدأ مکان می‌گذرد، به دست می‌آوریم:

$$x_A = -3t + 15 \xrightarrow{x_A=0} -3t_1 + 15 = 0 \Rightarrow t_1 = 5s$$

فاصله‌ی دو متحرک از یک‌دیگر در لحظه‌ی $t_1 = t_1 + 3 = 5 + 3 = 8s$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$x_{A8} = -3t_1 + 15 \xrightarrow{t_1=8s} x_{A8} = -3 \times 8 + 15 \Rightarrow x_{A8} = -9m$$

$$x_{B8} = 6t_1 - 3 \xrightarrow{t_1=8s} x_{B8} = 6 \times 8 - 3 \Rightarrow x_{B8} = 45m$$

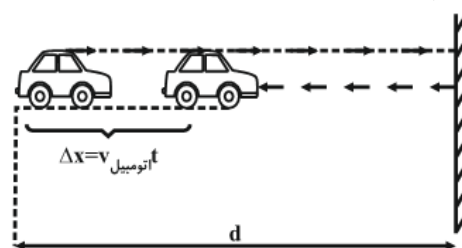
$$\text{فاصله‌ی دو متحرک A و B} = |\Delta x_{AB}| = |x_{B8} - x_{A8}| = |45 - (-9)| = 54m$$

۷۰

گزینه درست: ۲

سوال ۷۰

دقت کنید که از لحظه‌ی شلیک تیر تا لحظه‌ی رسیدن برگشت صدای شلیک به اتومبیل، متحرک به اندازه‌ی $\Delta x = V_{\text{اتومبیل}} t$ حرکت کرده است.



$$2d - V_{\text{اتومبیل}} t = V_{\text{صوت}} t \Rightarrow 2d - 30t = 340t \xrightarrow{t=Fs} 2d = 370 \times 4 \Rightarrow d = 740m$$

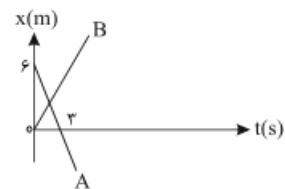
۷۱

گزینه درست: ۴

سوال ۷۱

در حرکت یک‌نواخت بر روی خط راست، چون سرعت ثابت است، بنابراین سرعت متوسط و سرعت لحظه‌ای یکسان هستند و نمودار مکان- زمان آن به صورت یک خط راست است (زیرا $x = vt + x_0$). در حرکت یک‌نواخت، اگر متحرک از مبدأ مکان شروع به حرکت کند، مکان اولیه‌ی آن صفر است و لزوماً سرعت متحرک مثبت نیست و می‌تواند منفی هم باشد.

۷۲



گزینه درست: ۴

سوال ۷۲

با توجه به نمودار، می‌توانیم معادله‌های حرکت دو متحرک A و B را به دست آوریم:

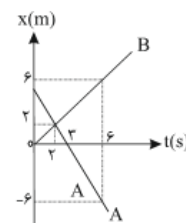
$$v_B = 1 \frac{m}{s} \xrightarrow{x=vt+x_0} x_B = t$$

$$v_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-6}{3} = -2 \frac{m}{s} \xrightarrow{x=vt+x_0} x_A = -2t + 6$$

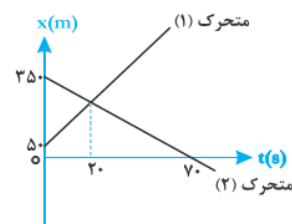
چون در سوال گفته شده که فاصله‌ی دو متحرک از مبدأ مختصات با هم برابر باشد و چون فاصله‌ی هر دو متحرک از مبدأ برابر، $|x|$ است، داریم:

$$|x_B| = |x_A| \Rightarrow |t| = |-2t + 6| \Rightarrow \begin{cases} t = -2t + 6 \\ t = -(-2t + 6) = 2t - 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = -2t + 6 \Rightarrow 3t = 6 \Rightarrow t = 2s \\ t = 2t - 6 \Rightarrow t = 6s \end{cases}$$



۷۳



گزینه درست: ۴

سوال ۷۳

چون نمودار مکان- زمان دو متحرک به صورت خط راست است، بنابراین سرعت دو متحرک ثابت است. با توجه به نمودار، ابتدا معادله‌ی مکان- زمان متحرک (۲) را می‌یابیم:

$$x_2 = v_2 t + x_{02} \xrightarrow{x_{02}=35m, t=70s} 0 = v_2 \times 70 + 350$$

$$\Rightarrow v_2 = -5 \frac{m}{s} \quad (1)$$

$$x_2 = -5t + 350 \xrightarrow{t=20s} x_2 = -5 \times 20 + 350 = 250m$$

در لحظه‌ی $t = 20s$ ، دو متحرک به یکدیگر می‌رسند، حال معادله‌ی مکان - زمان متحرک (۱) را می‌یابیم:

$$x_1 = v_1 t + x_{01} \xrightarrow{t=20s, x_{01}=50m} 250 = v_1 \times 20 + 50$$

$$\Rightarrow 200 = v_1 \times 20 \Rightarrow v_1 = 10 \frac{m}{s} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} \frac{v_1}{v_2} = \frac{10}{-5} = -2$$

۷۴

گزینه درست: ۳

سوال ۷۴

چون حرکت یکنواخت است، پس سرعت ثابت است.

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{25-20}{3-1} = 2.5 \frac{m}{s}$$

(۷۵)

سوال ۷۵

گزینه درست: ۲

ابتدا سرعت جسم را حساب می‌کنیم.

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \quad \begin{matrix} x_1 = 6m, x_2 = 36m \\ t_1 = 5s, t_2 = 20s \end{matrix}$$

$$v = \frac{36 - 6}{20 - 5} \Rightarrow v = 2 \frac{m}{s}$$

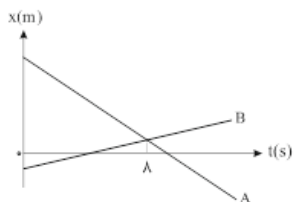
اکنون با تعیین x_0 معادله حرکت جسم را تعیین می‌کنیم.

$$x = vt + x_0 \quad \begin{matrix} x = 6m, t = 5s \\ 6 = 2 \times 5 + x_0 \\ \Rightarrow x_0 = -4m \Rightarrow x = 2t - 4 \end{matrix}$$

در نهایت در معادله حرکت به جای t عدد ۱۰ قرار می‌دهیم و مکان جسم را به دست می‌آوریم.

$$x = 2t - 4 \Rightarrow x = 2 \times 10 - 4 \Rightarrow x = 16m$$

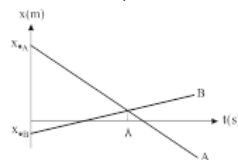
(۷۶)



سوال ۷۶

گزینه درست: ۲

دو متحرک پس از گذشت ۸s در یک مکان قرار می‌گیرند.



$$x_A = v_A t + x_{0A}$$

$$x_B = v_B t + x_{0B}$$

$$\xrightarrow{t=8s} x_A = x_B \Rightarrow 8v_A + x_{0A} = 8v_B + x_{0B}$$

$$\Rightarrow x_{0A} - x_{0B} = 8(v_B - v_A)$$

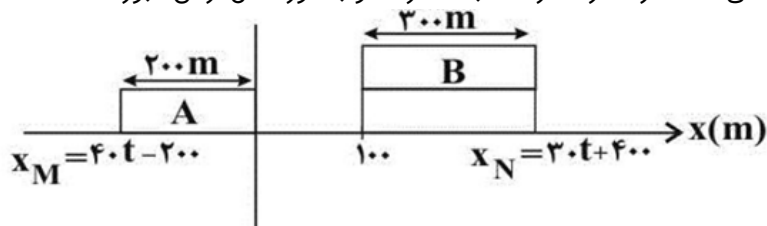
$$\xrightarrow{\begin{matrix} |v_A| + |v_B| = 15 \frac{m}{s} \\ v_A < 0, v_B > 0 \end{matrix}} x_{0A} - x_{0B} = 8 \times 15 = 120m$$

(۷۷)

سوال ۷۷

گزینه درست: ۲

گزینه «۲»

هنگامی که قطار A از قطار B سبقت گرفته و به طور کامل از آن عبور کند، $x_M = x_N$ می‌شود

$$x_M = 40t - 200 \quad \xrightarrow{x_M = x_N}$$

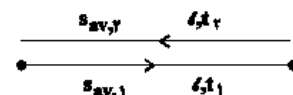
$$x_N = 30t + 400$$

$$40t - 200 = 30t + 400$$

$$\rightarrow 10t = 600 \rightarrow t = 60s$$

گزینه «۳»

با توجه به رابطه تندی متوسط داریم:



$$S_{av,3} = \frac{v_l}{t_1 + t_2}, S_{av,1} = \frac{l}{t_1}, S_{av,2} = \frac{l}{t_2}$$

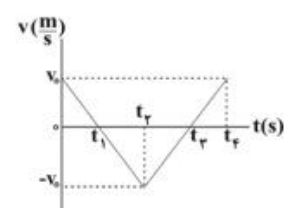
$$S_{av,3} - S_{av,1} = -\Delta \frac{m}{s} \Rightarrow \frac{l}{t_1} - \frac{v_l}{(t_1 + t_2)} = \Delta$$

$$\Rightarrow \frac{\ell(t_2 - t_1)}{t_1(t_1 + t_2)} = \Delta \quad (I)$$

$$s_{av,1} - s_{av,2} = \Delta \frac{m}{s} \Rightarrow \frac{\ell}{t_1} - \frac{\ell}{t_2} = \Delta \Rightarrow \frac{\ell(t_2 - t_1)}{t_1 t_2} = \Delta \quad (II)$$

$$(I), (II) \Rightarrow \frac{t_2}{t_1 + t_2} = \frac{\Delta}{\lambda} \Rightarrow \lambda t_2 = \Delta t_1 + \Delta t_2 \Rightarrow 3t_2 = \Delta t_1$$

$$\Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{3}{\Delta}$$



گزینه «۳»

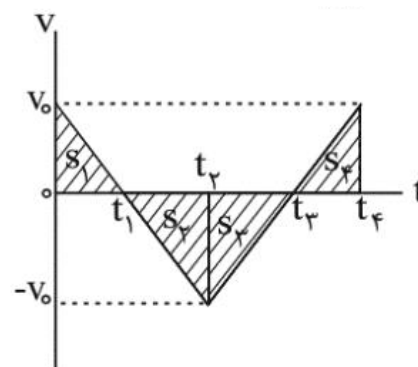
شیب خطی که دو نقطه را در نمودار سرعت - زمان به هم متصل می‌کند برابر با شتاب متوسط بین آن دو نقطه است. از طرفی مساحت محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی است. با توجه به رابطه $\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} \hat{i}$ ، سرعت متوسط و جابه‌جایی با یکدیگر هم‌جهت هستند.

اکنون به بررسی تک‌تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه «۱» (○ تا t_1): در این بازه شتاب متوسط منفی و جابه‌جایی مثبت است.

$$\Delta x = S_1 > 0 \Rightarrow v_{av} > 0$$

$$\Delta v < 0 \Rightarrow a_{av} < 0$$



گزینه «۲» (t_1 تا t_2): در این بازه جابه‌جایی منفی و شتاب متوسط مثبت است.

$$\Delta x = -S_2 - S_3 + S_4 \xrightarrow{S_2=S_4}$$

$$\Delta x = -S_2 < 0 \Rightarrow v_{av} < 0, \Delta v > 0 \Rightarrow a_{av} > 0$$

گزینه «۳» (○ تا t_3): در این بازه جابه‌جایی منفی و شتاب متوسط نیز منفی است.

$$\Delta x = S_1 - S_2 - S_3 \xrightarrow{S_1=S_3} \Delta x = -S_2 < 0 \Rightarrow v_{av} < 0$$

$$\Delta v < 0 \Rightarrow a_{av} < 0$$

گزینه «۴» (t_2 تا t_3): در این بازه جابه‌جایی مثبت و شتاب متوسط نیز مثبت است.

$$\Delta x = S_4 > 0 \Rightarrow v_{av} > 0, \Delta v > 0 \Rightarrow a_{av} > 0$$

۸۰

گزینه درست: ۳

سوال ۸۰

معادلات حرکت هر دو متحرک را می‌نویسیم:

متحرک A: $t = 1s$ تا $t = 2s$

$$(v_{av})_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_0 - (-20)}{2-1} = \frac{20}{1} = 20 \frac{m}{s}, \quad x = (v_{av})_A t + x_0$$

با جایگذاری یکی از مکان‌ها و زمان‌های داده شده، مکان متحرک A در لحظه $t_0 = 0$ به دست می‌آید.

$$\left. \begin{array}{l} x = 0 \\ t = 2s \end{array} \right\} 0 = 20 \times 2 + x_0 \Rightarrow x_0 = -40m$$

بنابراین برای متحرک A معادله حرکت به صورت $x_A = 20t - 40$ خواهد بود.
متحرک B:

$$t = 3s \text{ تا } t = 8s \Rightarrow (v_{av})_B = \frac{20 - 60}{8-3} = \frac{-40}{5} = -10 \frac{m}{s}$$

$$\left. \begin{array}{l} t = 3s \\ x = 60m \end{array} \right\} \Rightarrow 60 = -10 \times 3 + x_0 \Rightarrow x_0 = 100m$$

بنابراین معادله حرکت متحرک B به صورت $x_B = -10t + 100$ خواهد بود.

وقتی که این دو متحرک در یک مکان باشند باید $x_A = x_B$ شود، بنابراین داریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow -10t + 100 = 20t - 40 \Rightarrow 140 = 30t \Rightarrow t = \frac{14}{3} s$$

۸۱

گزینه درست: ۲

سوال ۸۱

گزینه «۲»

چون در انتهای مسیر تندی خودرو صفر می‌شود، فرض می‌کنیم، خودرو از حال سکون شروع به حرکت می‌کند و $40m$ و $10m$ آخر مسیر را در ابتدای حرکت طی می‌کند. بنابراین، با استفاده از معادله جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت، می‌توان نوشت:

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \xrightarrow{v_0=0} \Delta x = \frac{1}{2} at^2 \xrightarrow{a=\text{ثابت}} \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2 \xrightarrow{\frac{\Delta x_1=40m}{\Delta x_2=10m}} \frac{40}{10} = \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2 = 4 \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = 2$$

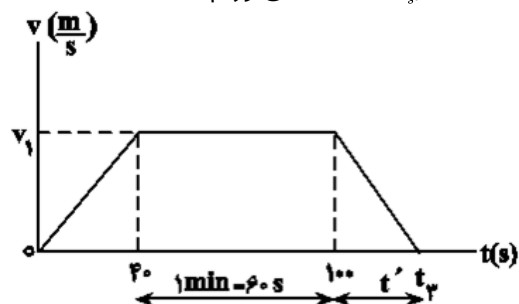
۸۲

گزینه درست: ۲

سوال ۸۲

گزینه «۲»

اگر مطابق شکل زیر، نمودار سرعت - زمان قطار را رسم کنیم، با به دست آوردن v_1 و t_3 می‌توان با استفاده از سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان، جابه‌جایی کل قطار را به دست آورد. بنابراین، ابتدا تندی قطار را بعد از 40 ثانیه حرکت با شتاب $2 \frac{m}{s^2}$ به دست می‌آوریم:



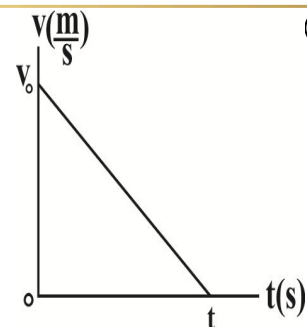
$$v_0 = 0, a = 2 \frac{m}{s^2} \xrightarrow{t_1=40s} v_1 = at_1 + v_0 \rightarrow v_1 = 2 \times 40 + 0 = 80 \frac{m}{s}$$

اکنون t_3 را می‌یابیم. به همین منظور، ابتدا مدت زمانی که قطار به صورت کندشونده حرکت نموده است را می‌یابیم:

$$v_{t_3} = at' + v_{100s} \xrightarrow{v_{100s}=v_1=80 \frac{m}{s}} 0 = -5t' + 80 \Rightarrow t' = 16s$$

می‌بینیم، $t_3 = 100 + 16 = 116s$ است. بنابراین، مساحت سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان (همان جابه‌جایی کل) برابر است با:

$$\Delta x = \text{مساحت دوزنقه} = \frac{(116+40)}{2} \times 80 \Rightarrow \Delta x = 7040m$$

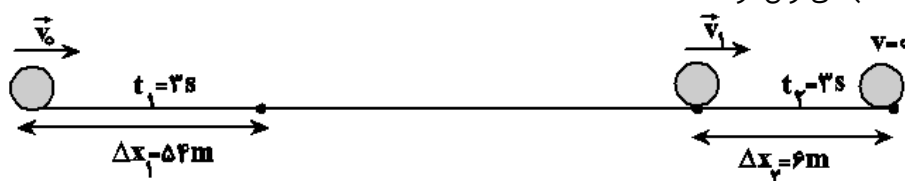


گزینه درست: ۲

سوال ۸۳

گزینه «۲»

چون متحرک در ۳ ثانیه اول حرکت خود ۵۴m جابه‌جا شده است و شتاب حرکت منفی می‌باشد، (شیب نمودار $v-t$ منفی است) می‌توان نوشت:



$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a t_1^2 + v_0 t_1 \Rightarrow 54 = \frac{1}{2} a \times 9 + v_0 \times 3 \Rightarrow 54 = \frac{9}{2} a + 3v_0 \quad (1)$$

برای ۳ ثانیه آخر حرکت، چون در انتها تندی متحرک صفر می‌باشد، می‌توان فرض کرد، متحرک از حال سکون شروع به حرکت نموده و در مدت ۳s به اندازه ۶m جابه‌جا شده است. در این حالت داریم:

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2} a' t_2^2 + v_{02} t_2 \xrightarrow{v_{02}=v_0} 6 = \frac{1}{2} a' \times 9 + 0 \Rightarrow a' = \frac{4}{3} \frac{m}{s^2}$$

$$\xrightarrow{a < 0} a = -\frac{4}{3} \frac{m}{s^2}$$

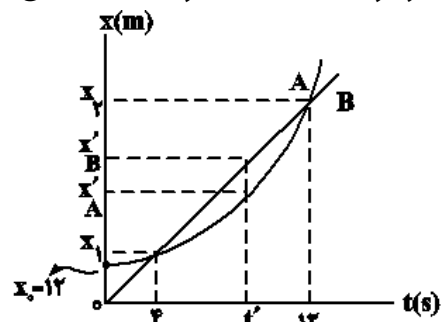
$$\xrightarrow{(1)} 54 = \frac{9}{2} \times \left(-\frac{4}{3}\right) + 3v_0 \Rightarrow 60 = 3v_0 \Rightarrow v_0 = 20 \frac{m}{s}$$

در آخر با داشتن v_0 و به صورت زیر t را می‌یابیم. دقت کنید، در لحظه t تندی برابر صفر است.

$$v = at + v_0 \xrightarrow{v=0, a=-\frac{4}{3}\frac{m}{s^2}} 0 = -\frac{4}{3}t + 20 \Rightarrow t = 15s$$

گزینه «۳»

ابتدا نمودار مکان - زمان دو متحرک را رسم می‌کنیم. دقت کنید، چون متحرک A با شتاب ثابت حرکت می‌کند، نمودار آن به صورت سهمی و نمودار متحرک B که با سرعت ثابت حرکت می‌کند، به صورت خط راست می‌شود. اکنون سرعت متحرک B را برحسب شتاب متحرک A حساب می‌کنیم. به همین منظور x_1 و x_2 را برحسب شتاب a می‌یابیم:



$$x_A = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow[v_0=0]{x_0=12m} \begin{cases} t_1 = 4s \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2}a \times 16 + 0 + 12 \\ t_2 = 12s \Rightarrow x_2 = \frac{1}{2}a \times 144 + 0 + 12 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 8a + 12 \\ x_2 = 72a + 12 \end{cases} \Rightarrow v_B = \frac{x_2 - x_1}{\Delta t} = \frac{72a + 12 - (8a + 12)}{12 - 4} = 8a$$

در این قسمت شتاب a را می‌یابیم. چون در لحظه t_1 مکان دو متحرک یکسان است، داریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow \frac{1}{2}at_1^2 + v_0t_1 + x_0 = v_Bt_1 + x_0 \xrightarrow[x_0=12m]{x_0=12m, v_B=8a} \frac{1}{2}a \times 16 + 0 + 12 = 8a \times 4 + 0 + 12 = 32a$$

$$\Rightarrow 12 = 24a \Rightarrow a = \frac{1}{2} \frac{m}{s^2}$$

با داشتن شتاب a، لحظه‌ای را که تندی دو متحرک یکسان است، پیدا می‌کنیم.

$$v_A = v_B \Rightarrow at' + v_0 = v_B \Rightarrow a \times t' + 0 = 8a \Rightarrow t' = 8s$$

در آخر، فاصله دو متحرک را در لحظه $t' = 8s$ حساب می‌کنیم:

$$x'_B - x'_A = v_Bt' + x_0 - \left(\frac{1}{2}at'^2 + v_0t' + x_0 \right)$$

$$\Rightarrow x'_B - x'_A = 8a \times 8 + 0 - \left(\frac{1}{2}a \times 64 + 0 + 12 \right)$$

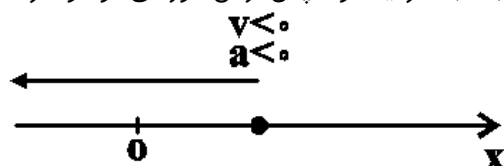
$$\xrightarrow{a=\frac{1}{2} \frac{m}{s^2}} x'_B - x'_A = 64 \times \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 64 + 12 \right)$$

$$\Rightarrow x'_B - x'_A = 32 - 16 - 12 \Rightarrow x'_B - x'_A = 4m$$

دقت کنید، چون متحرک A با شتاب ثابت و متحرک B با سرعت ثابت در حال حرکت‌اند و در لحظه‌های t_1 و t_2 از کنار یکدیگر عبور می‌کنند، تندی آن‌ها در لحظه $t' = \frac{t_1+t_2}{2}$ با هم برابر می‌شود.

گزینه «۳»

اگر متحرک ابتدا به مبدأ مکان نزدیک و سپس از آن دور شود، می‌تواند نوع حرکت آن پیوسته کندشونده و یا پیوسته تندشونده باشد. مانند شکل زیر، متحرک در ابتدا در مکان $x > 0$ قرار دارد که $v < 0$ و $a < 0$ است. در این حالت متحرک ابتدا به مبدأ نزدیک و سپس از آن دور می‌شود و حرکت آن پیوسته تندشونده است.



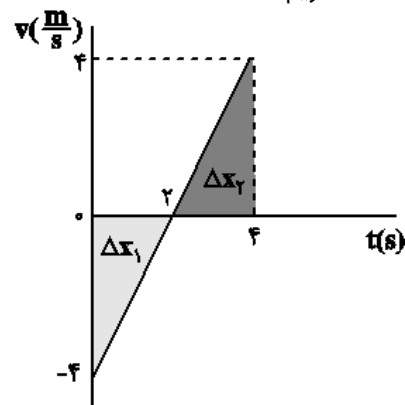
گزینه «۱»

معادله حرکت متحرک به صورت درجه دوم است، بنابراین شتاب حرکت متحرک ثابت است و با مقایسه معادله داده شده با معادله حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، معادله سرعت - زمان متحرک را می‌یابیم:

$$\begin{cases} a = \frac{m}{s^2} \\ v_0 = -\frac{F}{s} \\ x_0 = 3m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = t^2 - Ft + 3 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{cases}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t - F \xrightarrow{v=0} 2t - F = 0 \Rightarrow t = \frac{F}{2}s$$

می‌دانیم مساحت بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان بیانگر جابه‌جایی متحرک است. چون تندی متوسط مورد سؤال است، داریم:

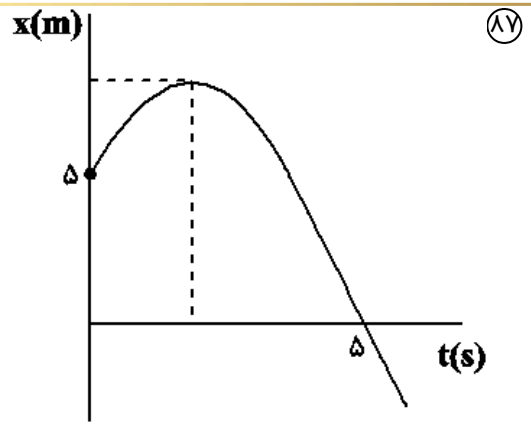


$$|\Delta x_1| = \frac{F \times \frac{F}{2}}{2} = \frac{F^2}{4}$$

$$\Delta x_2 = \frac{F \times \frac{F}{2}}{2} = \frac{F^2}{4}$$

بنابراین:

$$\begin{aligned} s_{av} &= \frac{\ell}{t} = \frac{|\Delta x_1| + \Delta x_2}{t} \\ &= \frac{F + F}{F} = 2 \frac{m}{s} \end{aligned}$$



سوال ۸۷ گزینه درست: ۳

گزینه «۳»

ابتدا باید مکان متحرک را در لحظه توقف بیابیم. در ۵ ثانیه اول حرکت داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \xrightarrow[t=5s, a=-2\frac{m}{s^2}]{\Delta x = -5m} -5 = \frac{1}{2} \times (-2) \times 25 + v_0 \times 5$$

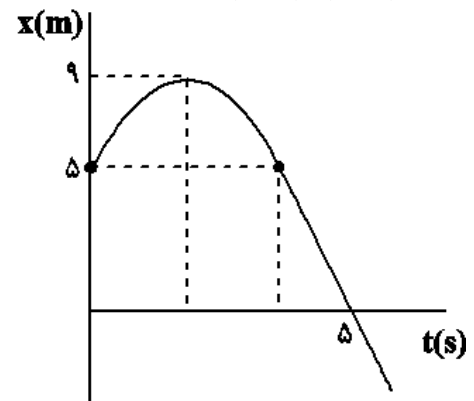
$$\Rightarrow v_0 = 4\frac{m}{s}$$

از لحظه شروع تا لحظه توقف، داریم:

$$\Delta x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \Rightarrow x - 5 = \frac{0 - 16}{-2} \Rightarrow x = 9m$$

بنابراین مسافت طی شده از لحظه شروع حرکت تا لحظه عبور دوباره از مبدأ حرکت، برابر است با:

$$\ell = |9 - 5| + |5 - 9| = 8m$$



(۸۸)

سوال ۸۸ گزینه درست: ۴

گزینه «۴»

در لحظاتی که متحرک از روی مبدأ مکان عبور می‌کند، x تغییر علامت می‌دهد. پس داریم:

$$x = 4t^2 - 12t + 9 = 0 \Rightarrow (2t - 3)^2 = 0$$

چون این معادله تغییر علامت نمی‌دهد. پس، هیچ‌گاه از روی مبدأ مکان عبور نمی‌کند و در نتیجه بردار مکان آن تغییر جهت نمی‌دهد.

(۸۹)

سوال ۸۹ گزینه درست: ۳

گزینه «۳»

جابه‌جایی متحرک در ثانیه n ام از رابطه $\Delta x = (n - 0/5)a + v_0$ به دست می‌آید.

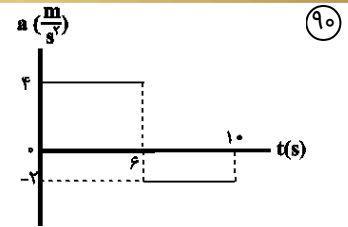
$$\begin{cases} \Delta x_1 = 1/5a + v_0 = 5 \\ \Delta x_2 = 2/5a + v_0 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2\frac{m}{s^2} \\ v_0 = 8\frac{m}{s} \end{cases}$$

اکنون به کمک رابطه سرعت - جابه‌جایی، داریم:

$$\Delta x_s = \left| \frac{-v_0^2}{2a} \right| = \left| \frac{64}{-2} \right| = 16m$$

بنابراین فاصله اتومبیل تا مانع در لحظه توقف برابر است با:

$$30 - 16 = 14m$$



گزینه درست: ۱

سوال ۹۰

۱۸۱. گزینه «۱»

در ۶ ثانیه ابتدایی حرکت، داریم:

$$v_6 = a_1 t_1 + v_0 \Rightarrow v_6 = 4 \times 6 + (-16) \Rightarrow v_6 = 8 \frac{m}{s}$$

$$\Delta x_1 = \frac{v_6 + v_0}{2} \times t_1 = \frac{8 + (-16)}{2} \times 6 \Rightarrow \Delta x_1 = -24m$$

در بازه زمانی ۶s تا ۱۰s داریم:

$$v_{10} = a_2 t_2 + v_6 \Rightarrow v_{10} = -2 \times 4 + 8 \Rightarrow v_{10} = 0$$

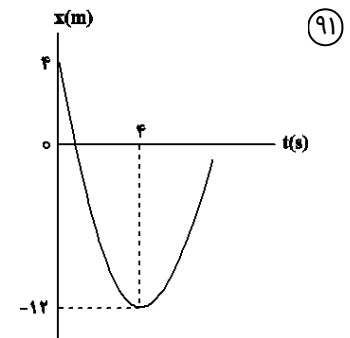
$$\Delta x_2 = \frac{v_{10} + v_6}{2} \times t_2 = \frac{0 + 8}{2} \times 4 \Rightarrow \Delta x_2 = 16m$$

بنابراین:

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = -24 + 16 = -8m$$

با استفاده از تعریف سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-8}{10} \Rightarrow v_{av} = -0.8 \frac{m}{s} \Rightarrow |v_{av}| = 0.8 \frac{m}{s}$$



گزینه درست: ۴

سوال ۹۱

گزینه «۴»

در بازه زمانی صفر تا ۴s با استفاده از معادله مستقل از شتاب داریم:

$$v_4 = 0$$

$$\Delta x = \frac{v_4 + v_0}{2} t \Rightarrow -16 = \frac{0 + v_0}{2} \times 4 \Rightarrow v_0 = -8 \frac{m}{s}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - (-8)}{4} = 2 \frac{m}{s^2}$$

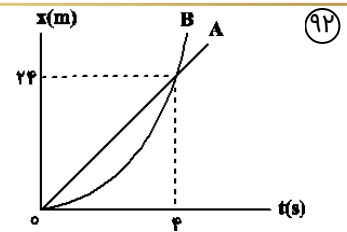
بنابراین:

حال به کمک معادله سرعت- جابه‌جایی سرعت متحرک را در لحظه‌ای که برای اولین بار از مبدأ مکان عبور می‌کند، به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 - 64 = 2 \times 2 \times (-4)$$

$$\Rightarrow v^2 = 64 - 16 = 48 \Rightarrow v = \sqrt{48} \Rightarrow v = -4\sqrt{3} \frac{m}{s}$$

از آنجا که شیب نمودار مکان زمان در لحظه اولین گذر متحرک از مبدأ منفی است، پس سرعت نیز منفی است.



گزینه درست: ۳

سوال ۹۲

گزینه «۳»

نمودار مکان- زمان حرکت متحرک A به صورت خط راست است و بنابراین برای معادله آن می‌توان نوشت:

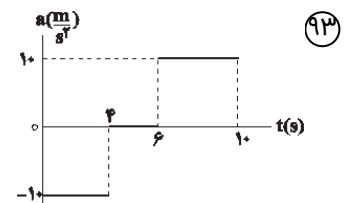
$$x_A = v_A t + x_{0A} \Rightarrow 24 = v_A \times 6 + 0 \Rightarrow v_A = 4 \frac{m}{s} \Rightarrow x_A = 6t$$

نمودار مکان- زمان حرکت متحرک B به صورت یک سهمی است و بنابراین برای معادله آن می‌توان نوشت:

$$x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 + v_{0B} t + x_{0B} \Rightarrow 24 = \frac{1}{2} a_B 6^2 + 0 + 0 \\ \Rightarrow a_B = \frac{8}{3} \frac{m}{s^2} \Rightarrow x_B = \frac{4}{3} t^2$$

در لحظه‌ای که فاصله دو متحرک از یکدیگر برابر با ۲۸۸ متر می‌شود، متحرک B جلوتر از متحرک A است. بنابراین:

$$x_B - x_A = 288 \Rightarrow \frac{4}{3} t^2 - 6t = 288 \Rightarrow \begin{cases} t = 16s \text{ ق غ} \\ t = -12s \text{ ق غ} \end{cases}$$



گزینه درست: ۴

سوال ۹۳

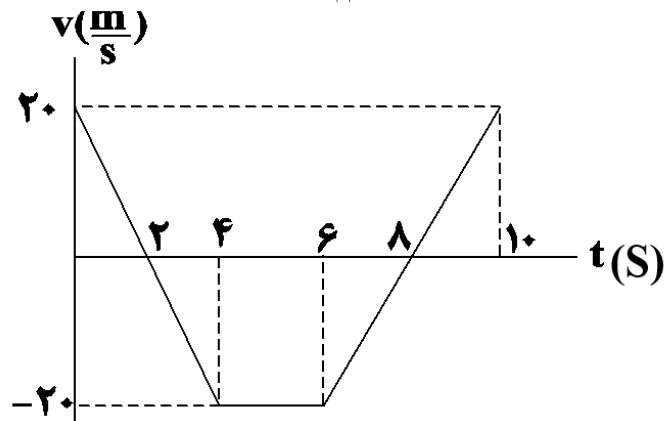
گزینه «۴»

ابتدا با توجه به نمودار شتاب - زمان و سرعت اولیه متحرک، نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم. با توجه به این که مساحت علامت‌دار محصور بین نمودار شتاب - زمان و محور زمان برابر با تغییرات سرعت است، خواهیم داشت:

$$v_4 - v_0 = 4 \times (-10) \Rightarrow v_4 - 20 = -40 \Rightarrow v_4 = -20 \frac{m}{s}$$

$$v_{t=10s} - v_{t=4s} = 4 \times 10 \Rightarrow v_{t=10s} - (-20) = 40 \Rightarrow v_{10} = 20 \frac{m}{s}$$

لحظه توقف متحرک: $t = \frac{v_0}{|a|} = \frac{20}{10} = 2s$



حال مسافت طی شده توسط متحرک در ۱۰ ثانیه اول حرکت را محاسبه می‌کنیم و از آن تندی متوسط را به دست می‌آوریم:
سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان بیانگر جابه‌جایی متحرک است. پس مسافت طی شده توسط متحرک در این بازه زمانی برابر است با:

$$d = \frac{2 \times 20}{2} + \frac{(2+6) \times 20}{2} + \frac{20 \times 2}{2} = 20 + 80 + 20 = 120m \\ \Rightarrow s_{av} = \frac{d}{10} = 12 \frac{m}{s}$$

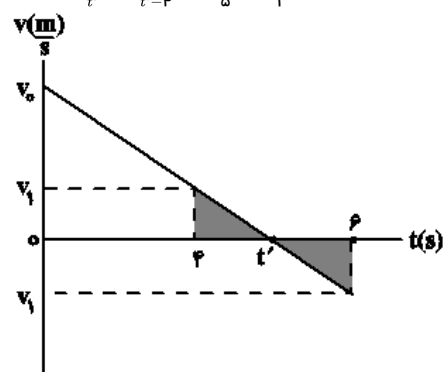
گزینه «۱»

روش اول: می‌دانیم ۲ ثانیه سوم همان بازه زمانی $t_1 = ۴s$ تا $t_2 = ۶s$ است. از طرف دیگر می‌دانیم، اگر در حرکت با شتاب ثابت، در یک بازه زمانی جابه‌جایی متحرک صفر باشد، یعنی، در آن بازه زمانی متحرک تغییر جهت داده است. بنابراین، با توجه به این‌که جهت حرکت در ابتدا در جهت محور است و تغییر جهت متحرک، نمودار $v-t$ متحرک را رسم می‌کنیم. با توجه به نمودار، متحرک در لحظه t' تغییر جهت می‌دهد که این لحظه با استفاده از تشابه دو مثلث هاشور خورده برابر $t' = ۵s$ است. زیرا:

$$\frac{v_1}{t'-4} = \frac{v_1}{6-t'} \Rightarrow 6-t' = t'-4 \Rightarrow 10 = 2t' \Rightarrow t' = 5s$$

اکنون، با داشتن t' و استفاده از تشابه مثلث‌ها، v_0 را برحسب v_1 می‌یابیم:

$$\frac{v_0}{t'} = \frac{v_1}{t'-4} \Rightarrow \frac{v_0}{5} = \frac{v_1}{1} \Rightarrow v_0 = 5v_1$$



در آخر، با توجه به این‌که مساحت سطح محصور بین نمودار $v-t$ و محور t برابر جابه‌جایی متحرک است، می‌توان نوشت:

$$\text{مسافت} = \ell = \left(\frac{v_0 \times t'}{2} \right) + \left| \frac{-v_1 \times (6-t')}{2} \right|$$

$$\Rightarrow \ell = \frac{5v_1 \times 5}{2} + \left| \frac{-v_1 \times (6-5)}{2} \right| \Rightarrow \ell = \frac{25v_1}{2} + \frac{v_1}{2} = \frac{26v_1}{2} \Rightarrow \ell = 13v_1$$

$$\text{جابه‌جایی} = \Delta x = \frac{v_0 \times 5}{2} - \frac{v_1 \times 1}{2} = \frac{5v_1 \times 5}{2} - \frac{v_1}{2} \Rightarrow \Delta x = 12v_1$$

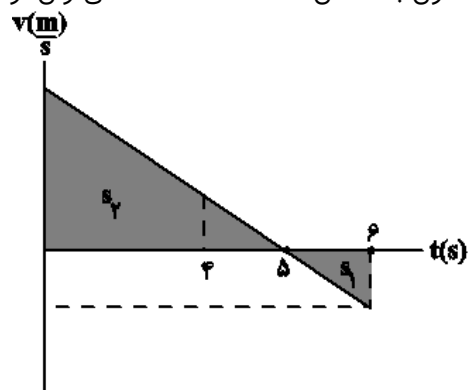
بنابراین، نسبت مسافت طی شده به جابه‌جایی برابر است با:

$$\frac{\ell}{\Delta x} = \frac{13v_1}{12v_1} \Rightarrow \frac{\ell}{\Delta x} = \frac{13}{12}$$

روش دوم: می‌دانیم، نسبت مساحت دو مثلث متشابه برابر با مجذور نسبت اضلاع آن‌ها است. بنابراین، اگر مساحت مثلث در بازه زمانی $5s$ تا $6s$ را برابر مسافت طی شده در این بازه زمانی و برابر d در نظر بگیریم، مساحت مثلث در بازه زمانی صفر تا $5s$ برابر است با:

$$\frac{s_2}{s_1} = \left(\frac{5-6}{6-5} \right)^2 \xrightarrow{s_1=d} \frac{s_2}{d} = 25 \Rightarrow s_2 = 25d$$

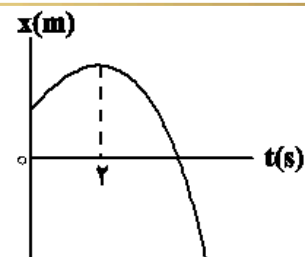
اکنون با داشتن مساحت مثلث‌ها، می‌توان نوشت:



$$\ell = s_2 + |s_1| = 25d + d = 26d$$

$$\Delta x = s_2 - s_1 = 25d - d = 24d$$

$$\frac{\ell}{\Delta x} = \frac{26d}{24d} \Rightarrow \frac{\ell}{\Delta x} = \frac{13}{12}$$



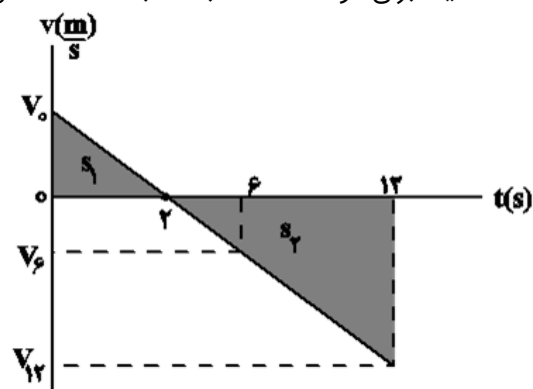
گزینه درست: ۴

سوال ۹۵

گزینه «۴»

چون نمودار مکان - زمان به صورت سهمی و تقعر آن به طرف پایین است، حرکت با شتاب ثابت منفی بر روی خط راست است. بنابراین، نمودار سرعت - زمان آن به صورت خطی با شیب ثابت منفی است. با توجه به اینکه در لحظه $t = 0$ ، شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان مثبت است، سرعت اولیه مثبت است و چون در لحظه $t = 2s$ ، شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان صفر است، سرعت در این لحظه صفر است. در این صورت، نمودار $v - t$ به صورت زیر رسم می‌شود. در این نمودار، با استفاده از تشابه مثلث‌ها و سطح زیر نمودار که برابر جابه‌جایی متحرک است، می‌توان تندی در لحظه $t = 6s$ را به صورت زیر به دست آورد.

دقت کنید، برای دو مثلث متشابه، نسبت مساحت آن‌ها برابر با مجذور نسبت اضلاع آن‌ها است.



$$\frac{s_2}{s_1} = \left(\frac{12-2}{2-0}\right)^2 = \frac{100}{4} \Rightarrow s_2 = 25s_1$$

مسافت طی شده در بازه زمانی صفر تا $12s$ برابر است با:

$$\ell = s_1 + |s_2| \Rightarrow \ell = s_1 + 25s_1 = 26s_1$$

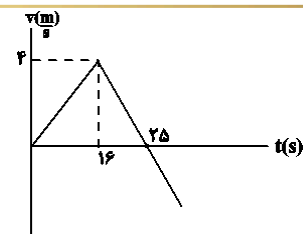
با استفاده از رابطه تندی متوسط، برای بازه زمانی صفر تا $12s$ داریم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = 12 - 0 = 12s]{s_{av} = 6/5 \frac{m}{s}} \frac{6/5}{12} = \frac{26s_1}{12} \Rightarrow s_1 = 3$$

$$s_1 = \frac{v_0 \times 2}{2} = v_0 \rightarrow v_0 = 3 \frac{m}{s}$$

در آخر، چون شتاب متحرک ثابت است، داریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{0 - v_0}{2 - 0} = \frac{v_6 - v_2}{6 - 2} \xrightarrow[v_0 = 3]{v_2 = 0} \frac{-3}{2} = \frac{v_6 - 0}{4} \Rightarrow v_6 = -6 \frac{m}{s}$$

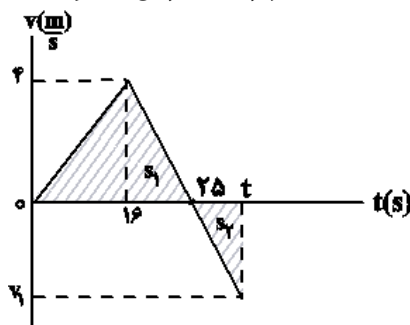


گزینه درست: ۲

سوال ۹۶

گزینه «۲»

با توجه به این که مساحت محصور بین نمودار $v-t$ و محور t برابر با جابه‌جایی متحرک است، از لحظه $25s$ تا t متحرک خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، برای آن که جسم دوباره به مکان $x=0$ بازگردد، باید همان مقدار که در جهت محور x جابه‌جا شده است، بازگردد. بنابراین، با توجه به شکل زیر، باید، s_1 برابر s_2 باشد، در این صورت می‌توان نوشت:



$$s_1 = s_2 \Rightarrow \frac{F \times 25}{2} = \frac{(t-25) \times v_1}{2} \Rightarrow v_1 = \frac{100}{t-25} \quad (1)$$

از تشابه دو مثلث داریم:

$$\frac{F}{25-16} = \frac{v_1}{t-25} \Rightarrow v_1 = \frac{F(t-100)}{9} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \xrightarrow{(1), (2)} \frac{100}{t-25} &= \frac{F(t-100)}{9} \Rightarrow 4t^2 - 100t - 100t + 2500 \\ &= 900 \Rightarrow 4t^2 - 200t + 1600 = 0 \\ t^2 - 50t + 400 &= 0 \Rightarrow (t-40)(t-10) = 0 \\ \Rightarrow t_1 &= 10s, t_2 = 40s \end{aligned}$$

چون $t > 25s$ است، $t_2 = 40s$ قابل قبول می‌باشد. برای محاسبه سرعت متوسط در بازه زمانی $t_1 = 25s$ تا $t_2 = 40s$ ، ابتدا v_1 را می‌یابیم:

$$v_1 = \frac{100}{t-25} \xrightarrow{t=40s} v_1 = \frac{100}{40-25} = \frac{100}{15} = \frac{20}{3} \frac{m}{s}$$

چون در بازه زمانی مورد نظر شتاب ثابت است، سرعت متوسط را از رابطه زیر می‌یابیم:

$$v_{av} = \frac{v_{25} + v_{40}}{2} \xrightarrow{v_{25}=0} v_{av} = \frac{0 + \frac{20}{3}}{2} \Rightarrow v_{av} = \frac{10}{3} \frac{m}{s}$$

گزینه درست: ۱

سوال ۹۷

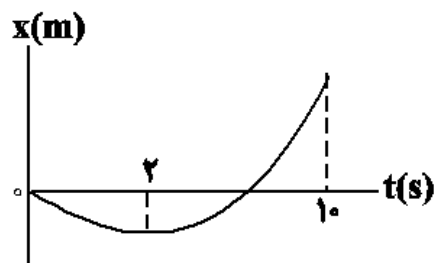
گزینه «۱»

در حرکت با شتاب ثابت، اگر بردار سرعت اولیه و شتاب خلاف جهت هم باشند، نوع حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است و اگر متحرک از حال سکون شروع به حرکت کند یا بردار سرعت اولیه و شتاب هم‌جهت باشند، نوع حرکت متحرک پیوسته تندشونده است. بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۲»: بردار سرعت متوسط با بردار جابه‌جایی همواره هم‌جهت است. در صورتی که نوع حرکت متحرک پیوسته تندشونده باشد، بردار سرعت متوسط و شتاب همواره هم‌جهت‌اند.

گزینه «۳»: در حرکت با شتاب ثابت، یا نوع حرکت متحرک پیوسته تندشونده است (بردار سرعت اولیه و شتاب هم‌جهت‌اند)، یا نوع حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

گزینه «۴»: اگر جهت بردار مکان ثابت باشد، نوع حرکت می‌تواند پیوسته تندشونده یا ابتدا کندشونده و سپس تندشونده باشد.

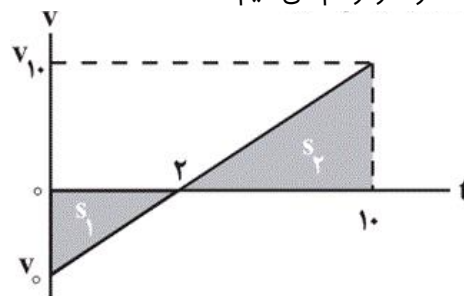


گزینه درست: ۲

سوال ۹۸

گزینه «۲»

چون شیب خط مماس بر نمودار در لحظه $t = 0$ منفی است، لذا سرعت اولیه متحرک منفی می‌باشد. از طرفی، در لحظه $t = 2s$ شیب خط مماس بر نمودار صفر است، بنابراین سرعت در این لحظه صفر است. با توجه به این اطلاعات، نمودار سرعت زمان متحرک را رسم می‌کنیم.



از تشابه مثلث‌های هاشور زده شده داریم:

$$\frac{|v_0|}{v} = \frac{v_{10}}{\Delta} \Rightarrow v_{10} = 4|v_0|$$

از طرفی با استفاده از رابطه تندی متوسط در بازه زمانی صفر تا ۱۰ ثانیه داریم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow{\ell = |s_1| + |s_2|} s_{av} = \frac{s_1 + s_2}{\Delta t} \xrightarrow{|s_1| = \frac{|v_0| \times 2}{2}, s_{av} = \Delta / 5 \frac{m}{s}} \xrightarrow{s_2 = \frac{v_{10} \times \Delta}{2} = 16|v_0|} s_{av} = \frac{v_{10} \times \Delta}{2} = 16|v_0|$$

$$\Delta / 5 = \frac{|v_0| + 16|v_0|}{10} \Rightarrow 18 = 17|v_0| \Rightarrow |v_0| = 5 \Rightarrow v_0 = -5 \frac{m}{s}$$

با داشتن v_0 ، چون در لحظه $t = 2s$ سرعت صفر شده است، لذا شتاب حرکت را می‌یابیم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = a \times 2 - 5 \Rightarrow a = \frac{5}{2} \frac{m}{s^2}$$

اکنون معادله مکان - زمان را نوشته و سپس حساب می‌کنیم در کدام لحظه $x = 0$ شده است.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow{x_0=0} x = \frac{5}{4}t^2 - 5t \xrightarrow{t=2s} x_{2s} = -5m$$

$$\ell_{0-4s} = 10m$$

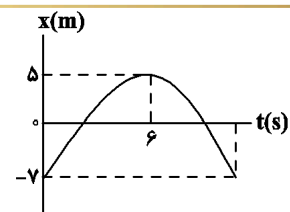
مطابق نمودار مکان - زمان از لحظه صفر تا لحظه $t' = 4s$ بردار مکان متحرک خلاف جهت محور x است. دقت کنید، متحرک به

مدت $2s$ در خلاف جهت محور x حرکت نموده است (از لحظه صفر تا $t = 2s$)، اما بردار مکان آن $4s$ در خلاف جهت محور x

بوده است. بنابراین تندی متوسط در این بازه برابر است با:

$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{10}{4} = 2.5 \frac{m}{s}$$

۹۹



گزینه درست: ۴

سوال ۹۹

گزینه «۴»

با توجه به این که نمودار سهمی نسبت به محور $t = 6s$ (رأس سهمی) متقارن است، اندازه سرعت متحرک در لحظه های $t = 0$ و $t = 12s$ یکسان خواهد بود. بنابراین، کافی است اندازه سرعت در لحظه $t = 0$ را بیابیم. با توجه به این که در لحظه $t_r = 6s$ ، شیب خط مماس بر نمودار $x - t$ که نشان دهنده سرعت لحظه ای می باشد، برابر صفر است، با استفاده از رابطه زیر می توان نوشت:

$$t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = -7m, v_1 = v_0$$

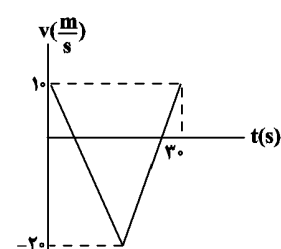
$$t_r = 6s \Rightarrow x_r = 5m, v_r = 0$$

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_r}{2} (\Delta t) \Rightarrow 5 - (-7) = \frac{v_0 + 0}{2} \times (6 - 0) \Rightarrow 12 = v_0 \times 3$$

$$\Rightarrow v_0 = 4 \frac{m}{s}$$

بنابراین تندی متحرک در لحظه $t = 12s$ ، برابر $4 \frac{m}{s}$ می باشد.

۱۰۰

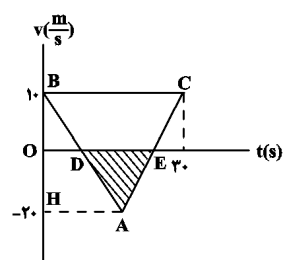


گزینه درست: ۳

سوال ۱۰۰

گزینه «۳»

در مدت زمانی که نمودار $v - t$ زیر محور t می باشد، سرعت منفی است و متحرک در خلاف جهت محور x در حال حرکت می باشد. بنابراین کافی است، مساحت سطح هاشور خورده را بیابیم. به همین منظور با استفاده از تشابه دو مثلث ABC و ADE می توان نوشت:



$$\frac{BC}{DE} = \frac{BH}{OH} \quad \begin{matrix} BC=30, BH=30 \\ OH=20 \end{matrix}$$

$$\frac{30}{DE} = \frac{30}{20} \Rightarrow DE = 20$$

بزرگی جابه جایی در بازه زمانی D تا E برابر با مساحت سطح هاشور خورده است. بنابراین داریم:

$$|\Delta x| = \frac{DE \times OH}{2} \Rightarrow \Delta x = \frac{20 \times 20}{2} = 200m$$

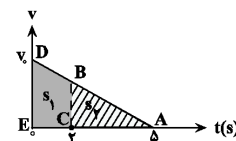
(۱۰)

گزینه درست: ۱

سوال ۱۰۱

گزینه «۱»

می‌دانیم سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر جابجایی متحرک است. بنابراین، اگر مطابق شکل زیر، نمودار $v-t$ را رسم کنیم، از تشابه مثلث‌های ABC و ADE می‌توان به صورت زیر نسبت مورد نظر را به دست آورد:



$$\frac{DE}{BC} = \frac{EA}{CA} \xrightarrow{EA=2, CA=3} \frac{DE}{BC} = \frac{2}{3} \Rightarrow DE = \frac{2}{3}BC$$

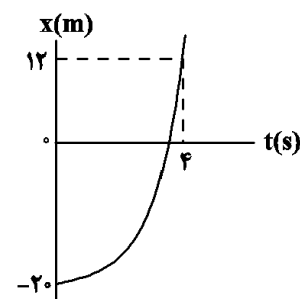
$$\Delta x_1 = S_1 = \frac{DE+BC}{2} \times 2 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{2}{3}BC + BC = \frac{5}{3}BC$$

$$\Delta x_2 = S_2 = \frac{BC \times CA}{2} \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{BC \times 3}{2} = \frac{3}{2}BC$$

در آخر، داریم:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{\frac{5}{3}BC}{\frac{3}{2}BC} \Rightarrow \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{10}{9}$$

(۱۰۲)



گزینه درست: ۴

سوال ۱۰۲

گزینه «۴»

ابتدا با استفاده از رابطه $\Delta x = \frac{v+v_0}{2} \Delta t$ ، سرعت اولیه متحرک را می‌یابیم:

$$x - x_0 = \frac{v+v_0}{2} \Delta t \xrightarrow{x=12m, x_0=-20m, \Delta t=4-0=4s, v=10 \frac{m}{s}} 12 - (-20) = \frac{10+v_0}{2} \times 4 \Rightarrow 16 = 10 + v_0 \Rightarrow v_0 = 6 \frac{m}{s}$$

اکنون، شتاب متحرک را می‌یابیم:

$$a = \frac{v-v_0}{\Delta t} \xrightarrow{v=10 \frac{m}{s}, v_0=6 \frac{m}{s}, \Delta t=4s} a = \frac{10-6}{4} = 1 \frac{m}{s^2}$$

با توجه به این که ثانیه هفتم برابر بازه زمانی $t_1 = 6s$ تا $t_2 = 7s$ است، سرعت متحرک را با استفاده از معادله سرعت در حرکت با شتاب ثابت در لحظات $6s$ و $7s$ پیدا می‌کنیم:

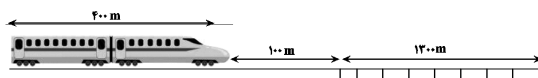
$$v = at + v_0 \xrightarrow{a=1 \frac{m}{s^2}, v_0=6 \frac{m}{s}} v = t + 6 \begin{cases} t_1 = 6s \Rightarrow v_1 = 6 + 6 = 12 \frac{m}{s} \\ t_2 = 7s \Rightarrow v_2 = 7 + 6 = 13 \frac{m}{s} \end{cases}$$

چون شتاب ثابت است، $v_{av} = \frac{v_1+v_2}{2}$ می‌باشد. از طرف دیگر، چون متحرک تغییر جهت نمی‌دهد، $s_{av} = |v_{av}|$ است. بنابراین داریم:

$$s_{av} = |v_{av}| = \frac{v_1+v_2}{2} = \frac{12+13}{2} \Rightarrow s_{av} = 12.5 \frac{m}{s}$$

گزینه «۳»

ابتدا با استفاده از رابطه مستقل از زمان، تندی قطار را در لحظه رسیدن به پل به دست می آوریم:



$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow[v_0=0, \Delta x=1400m]{a=0.5 \frac{m}{s^2}} v^2 - 0 = 2 \times 0.5 \times 1400$$

$$\Rightarrow v = 10 \frac{m}{s}$$

اکنون مسافت و زمانی را که قطار بایستی بپیماید تا تندی آن به $10.8 \frac{km}{h}$ برسد، می یابیم:

$$v'^2 - v^2 = 2a\Delta x' \xrightarrow[v_0=10 \frac{m}{s}, \Delta x'=\frac{10.8 \frac{km}{h}}{3.6} = 3 \frac{m}{s}}{a=0.5 \frac{m}{s^2}, v=10 \frac{m}{s}}$$

$$900 - 100 = 2 \times 0.5 \times \Delta x' \Rightarrow \Delta x' = 800m$$

$$t_1 = \frac{\Delta v}{a} = \frac{v' - v}{a} \Rightarrow t_1 = \frac{3 - 10}{0.5} = 14s$$

مسافتی که قطار باید طی کند تا به طور کامل از پل خارج شود، برابر مجموع طول پل و قطار می باشد و برابر است با:

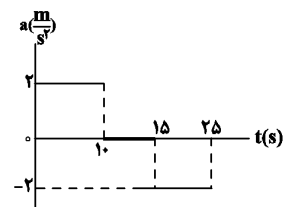
$$L_{\text{کل}} = L_{\text{پل}} + L_{\text{قطار}} \xrightarrow[L_{\text{قطار}}=100m]{L_{\text{پل}}=1300m} L_{\text{کل}} = 1300 + 100 = 1400m$$

از ۱۴۰۰ متری که قطار باید طی کند، ۸۰۰م آن با شتاب ثابت طی شده است و $900m = 1400 - 800 = \Delta x''$ باقیمانده است که باید آن را با سرعت ثابت طی کند. بنابراین داریم:

$$t_2 = \frac{\Delta x''}{v'} = \frac{900}{3} = 30s$$

در نتیجه، کل مدت زمانی که قطار بر روی پل قرار دارد، برابر است با:

$$t_{\text{کل}} = t_1 + t_2 = 14 + 30 \Rightarrow t_{\text{کل}} = 44s$$

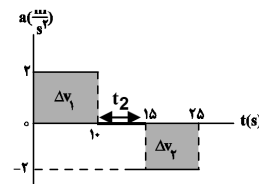


گزینه درست: ۳

سوال ۱۰۴

گزینه «۳»

می‌دانیم سطح محصور بین نمودار $a - t$ و محور t برابر Δv است. بنابراین، با محاسبه Δv در بازه‌های زمانی مختلف، سرعت در لحظه‌های $10s$ ، $15s$ و $25s$ را می‌یابیم و سپس با رسم نمودار $v - t$ و محاسبه سطح زیر نمودار آن، مسافت طی شده را می‌یابیم:



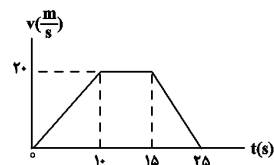
$$\Delta v_1 = 2 \times 10 = 20 \frac{m}{s}, \Delta v_2 = -2 \times 10 = -20 \frac{m}{s}$$

$$v_{(t=10s)} = v_0 + \Delta v_1 \xrightarrow{v_0=0} v_{(t=10s)} = 0 + 20 = 20 \frac{m}{s}$$

چون در بازه زمانی $10s$ تا $15s$ شتاب صفر است، داریم:

$$v_{(t=15s)} = v_{(t=10s)} \Rightarrow v_{(t=15s)} = 20 \frac{m}{s}$$

$$v_{(t=25s)} = v_{(t=15s)} + \Delta v_2 = 20 + (-20) = 0$$

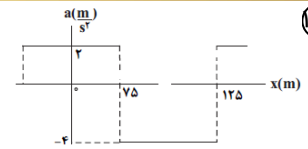


اکنون مساحت زیر نمودار $v - t$ را که برابر مسافت طی شده است، به دست می‌آوریم:

$$\ell = |\text{مساحت ذوزنقه}| = \left| \frac{(0+20)}{2} \times 25 \right| \Rightarrow \ell = 300m$$

در آخر تندی متوسط را حساب می‌کنیم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t=25-0=25s} s_{av} = \frac{300}{25} = 12 \frac{m}{s}$$



۱۰۵

گزینه درست: ۱

سوال ۱۰۵

گزینه «۱»

ابتدا مسافت طی شده توسط متحرک در بازه زمانی که با شتاب $2 \frac{m}{s^2}$ در حال حرکت است را به دست می آوریم، با توجه به

رابطه مستقل از زمان $(v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x)$ داریم: $l_1 = 2 \times \left| \frac{0 - 10^2}{2 \times 2} \right| + 75 = 125m$ اکنون سرعت متحرک را در لحظه ای که از مکان $x = 75m$ عبور می کند، به دست می آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow[\Delta x = 75m]{v_0 = 10 \frac{m}{s}, a = 2 \frac{m}{s^2}} v^2 = 300 + 100 = 400 \Rightarrow v = 20 \frac{m}{s}$$

در لحظه ای که متحرک با شتاب $4 \frac{m}{s^2}$ از مکان $x = 125m$ عبور می کند تندی را به دست می آوریم:

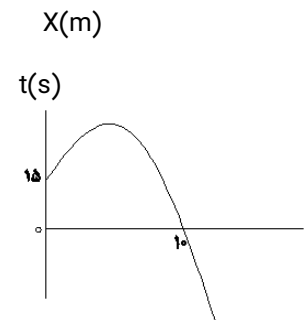
$$v'^2 - 20^2 = 2(-4)(125 - 75) \Rightarrow v' = 0$$

بنابراین متحرک تا لحظه ای که از مکان $x = 125m$ می گذرد، دو بار متوقف می شود، یک بار در بازه زمانی که با شتاب 2 حرکت می کند و یک بار در مکان $x = 125m$.

بنابراین کل مسافت طی شده توسط متحرک از مبدأ زمان تا لحظه توقف برای دومین بار برابر است با:

$$l = 125 + (125 - 75) = 175m$$

۱۰۶



گزینه درست: ۳

سوال ۱۰۶

گزینه «۳»

با استفاده از معادله مکان - زمان ابتدا شتاب را به دست می آوریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \xrightarrow[v_0 = 6 \frac{m}{s}, \Delta x = -15m]{t = 10s} -15 = \frac{1}{2}a \times 10^2 + 6 \times 10 \Rightarrow a = -\frac{75}{100} \times 2 = -\frac{3}{2} \frac{m}{s^2}$$

اکنون لحظه تغییر جهت را مشخص می کنیم: $t_s = \left| \frac{v_0}{a} \right| = \left| \frac{6}{-\frac{3}{2}} \right| = 4s$

با استفاده از رابطه مکان - زمان مسافت طی شده در ۱۰ ثانیه اول حرکت را به دست می آوریم:

$$l = l_{0-4s} + l_{4s-10s} = \left| \frac{1}{2}at_s^2 \right| + \left| \frac{1}{2}a(10 - t_s)^2 \right|$$

$$\Rightarrow l = \frac{3}{2} \times 4^2 + \frac{3}{2} \times 6^2 = 12 + 27 = 39m$$

$$\Rightarrow S_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{39}{10} = 3.9 \frac{m}{s}$$

گزینه «۱»

انرژی فوتون تابیده شده برابر با اختلاف انرژی دو تراز است. بنابراین انرژی فوتون گسیل شده برابر است با:

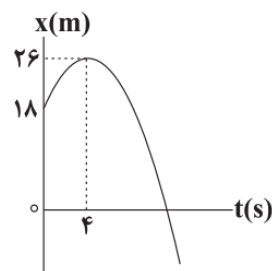
$$E = hf \xrightarrow{f=5 \times 10^{14} \text{ Hz}} E = 6/6 \times 10^{-34} \times 5 \times 10^{14} \text{ J}$$

$$\Rightarrow E = 3/3 \times 10^{-18} \text{ J}$$

۱۰ فوتون در هر ثانیه تابش می‌شود. در این حالت داریم:

$$P = \frac{E_{\text{ش}}}{t} \xrightarrow{E_{\text{ش}}=nE} P = \frac{nE}{t} \xrightarrow{n=10, t=1 \text{ s}} P = \frac{10 \times 3/3 \times 10^{-18} \text{ J}}{1} \Rightarrow$$

$$P = 3/3 \times 10^{-17} \text{ W} \xrightarrow{10^{-17} \text{ W} = 1 \text{ mW}} P = 3/3 \text{ mW}$$



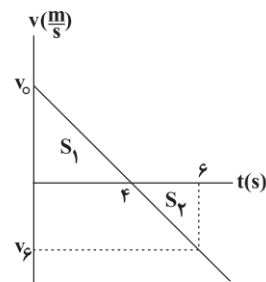
گزینه «۳»

روش اول:

چون شتاب ثابت و تقعر نمودار به طرف پایین است، شتاب منفی است. بنابراین نمودار سرعت - زمان آن به صورت یک خط راست با شیب منفی به صورت زیر رسم می‌شود. با توجه به این که جابه‌جایی متحرک در بازه زمانی صفر تا ۴s، برابر

داریم: $\Delta x = 26 - 18 = 8 \text{ m}$

$$S_1 = \Delta x = 8 \text{ m} \Rightarrow \frac{1}{2} \times 4 \times v_0 = 8 \Rightarrow v_0 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



از طرف دیگر، بنا به تشابه دو مثلث داریم:

$$\frac{|v_0|}{4} = \frac{|v_f|}{4} \Rightarrow \frac{4}{4} = \frac{|v_f|}{4} \Rightarrow |v_f| = 4 \Rightarrow v_f = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$S_2 = \frac{v_0 \times (8-4)}{2} = \frac{4 \times 4}{2} = 8 \text{ m}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{S_1 + S_2}{\Delta t} = \frac{8 + 8}{8} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

روش دوم:

با توجه به نمودار مکان - زمان داده شده، چون در لحظه $t = 4 \text{ s}$ ، شیب خط مماس بر نمودار برابر صفر است، سرعت در این لحظه نیز صفر می‌باشد. بنابراین، ابتدا با استفاده از رابطه مستقل از شتاب، سرعت اولیه را می‌یابیم و سپس شتاب متحرک را حساب می‌کنیم.

$$\Delta x = \frac{v_0 + v_f}{2} \times \Delta t \xrightarrow{\Delta x=26-18=8 \text{ m}} 8 = \frac{v_0 + v_f}{2} \times 4 \Rightarrow v_0 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a = \frac{v_f - v_0}{t} = \frac{-2 - 4}{4} \Rightarrow a = -1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

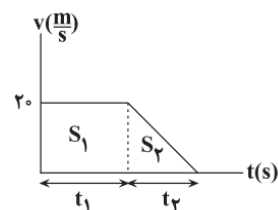
با داشتن v_0 ، سرعت در لحظه $t = 4 \text{ s}$ را می‌یابیم و سپس از رابطه $v_{av} = \frac{v_0 + v_f}{2}$ سرعت متوسط را پیدا می‌کنیم:

$$v = at + v_0 = -1 \times 4 + 4 \Rightarrow v_f = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{av} = \frac{v_0 + v_f}{2} = \frac{4 - 2}{2} \Rightarrow v_{av} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گزینه «۴»

مدت زمان t_1 ثانیه اول همان زمان واکنش راننده است که خودرو با سرعت ثابت حرکت کرده است و t_2 ثانیه بعدی، زمان حرکت کندشونده خودرو می‌باشد. بنابراین، ابتدا با استفاده از معادله سرعت - زمان، مدت زمان t_2 را می‌یابیم. اگر مطابق شکل زیر نمودار سرعت - زمان خودرو را رسم کنیم، داریم:



$$v = at + v_0 \xrightarrow{v_0 = 72 \frac{km}{h} = 20 \frac{m}{s}, v = 0} 0 = -2 \times t_2 + 20 \Rightarrow t_2 = 10s$$

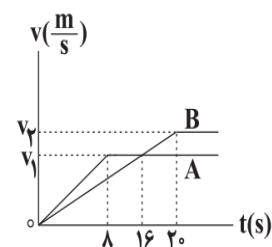
از طرف دیگر با توجه به نمودار سرعت - زمان و با توجه به این که کل جابه‌جایی خودرو برابر $150m$ است و این جابه‌جایی برابر مساحت زیر نمودار سرعت - زمان می‌باشد، می‌توان نوشت:

$$S_1 + S_2 = 150 \Rightarrow (20 \times t_1) + \frac{20 \times t_2}{2} = 150$$

$$\xrightarrow{t_2 = 10s} 20t_1 + \frac{20 \times 10}{2} = 150 \Rightarrow 20t_1 = 50 \Rightarrow t_1 = 2.5s$$

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{10}{2.5} = 4 \text{ بنابراین نسبت } \frac{t_2}{t_1} \text{ برابر است با: } 4$$

(۱۱۰)



گزینه «۲»

اگر فرض کنیم، خودروها در لحظه t' به هم رسیده باشند، در این لحظه جابه‌جایی آن‌ها با هم برابر است. با توجه به این که مساحت سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر جابه‌جایی متحرک است، مساحت سطح محصور بین نمودار $v-t$ و محور t را با هم مساوی قرار می‌دهیم. دقت کنید، برای هر دو خودرو مساحت زیر نمودار به صورت ذوزنقه است.

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow \frac{t' + (t' - 16)}{2} \times v_1 = \frac{t' + (t' - 20)}{2} \times v_2$$

$$\Rightarrow (2t' - 16)v_1 = (2t' - 20)v_2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{2t' - 16}{2t' - 20} \quad (1)$$

از طرف دیگر، در لحظه $t = 16s$ ، سرعت دو خودرو با هم برابر است. یعنی سرعت خودروی B برابر v_1 است. بنابراین با توجه به این که شتاب خودروی B برابر $a_B = \frac{v_2 - 0}{20} = \frac{v_2}{20}$ است، می‌توان نوشت:

$$v_B = a_B t + v_{0B} \xrightarrow{t=16s, v_{0B}=0} v_1 = \frac{v_2}{20} \times 16 + 0$$

$$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{20}{16} = \frac{5}{4} \quad (2)$$

اکنون، با استفاده از رابطه‌های (۱) و (۲) را می‌یابیم:

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{2t' - 16}{2t' - 20} = \frac{5}{4} \Rightarrow 10t' - 100 = 8t' - 32$$

$$\Rightarrow 2t' = 68 \Rightarrow t' = 34s$$

گزینه «۲»

حل: ابتدا به کمک رابطه مربوط به محاسبه شتاب متوسط $\vec{v}_{10} - \vec{v}_{20}$ را می‌یابیم:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_{10} - \vec{v}_{20}}{t_1 - t_2} = \frac{\vec{v}_{10} - \vec{v}_{20}}{10 - 0} = -10 \vec{i} \left(\frac{m}{s^2} \right) \quad (1)$$

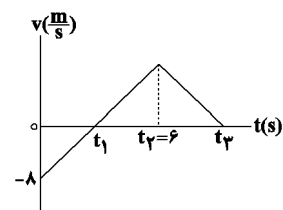
$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_{20} - \vec{v}_{10}}{t_2 - t_1} = \frac{\vec{v}_{20} - \vec{v}_{10}}{20 - 0} = -10 \vec{i} \left(\frac{m}{s^2} \right) \quad (2)$$

از تفریق رابطه‌های (۱) و (۲) داریم:

$$\vec{v}_{20} - \vec{v}_{10} = -10 \vec{i} - (-10 \vec{i}) = 20 \vec{i} \left(\frac{m}{s} \right)$$

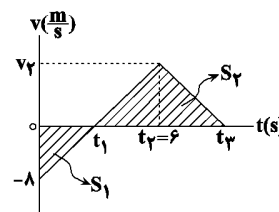
بنابراین، شتاب متوسط در ۱۰ ثانیه دوم برابر است با:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\vec{v}_{20} - \vec{v}_{10}}{20 - 10} = \frac{20 \vec{i}}{10} = 2 \vec{i} \left(\frac{m}{s^2} \right) \Rightarrow |\vec{a}_{av}| = 2 \frac{m}{s^2}$$



گزینه «۱»

می‌دانیم در نمودار سرعت زمان مساحت محصور بین نمودار و محور زمان برابر جابه‌جایی است. با استفاده از جابه‌جایی در بازه زمانی $t = 0$ تا t_1 لحظه t_1 را می‌یابیم:



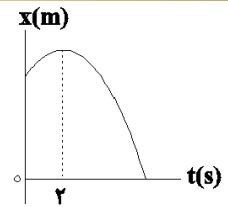
$$|\Delta x| = S_1 \Rightarrow 9/6 = \frac{\lambda \times t_1}{\gamma} \Rightarrow t_1 = 2/3 s$$

از طرفی با توجه به ثابت بودن شیب نمودار از لحظه صفر تا t_2 که معرف شتاب متحرک است، شتاب متحرک در این بازه ثابت است. بنابراین، با استفاده از رابطه حرکت با شتاب ثابت، v_2 را می‌یابیم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{v_2 - 0}{t_2 - t_1} \Rightarrow \frac{v_2 - 0}{2 - 0} = \frac{0 - (-8)}{0 - 2} \Rightarrow v_2 = 12 \frac{m}{s}$$

اکنون با توجه به تعریف سرعت متوسط، برای بازه زمانی t_1 تا t_3 داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{S_2}{t_3 - t_1} \Rightarrow v_{av} = \frac{12}{2 - 0} = 6 \frac{m}{s}$$



۱۱۳

گزینه درست: ۳

سوال ۱۱۳

گزینه «۳»

ابتدا شتاب حرکت این متحرک را محاسبه می‌کنیم. سرعت در لحظه $t_0 = 0$ برابر $10 \frac{m}{s}$ و در لحظه $t = 2s$ که شیب خط مماس بر نمودار، صفر می‌باشد برابر صفر است. بنابراین داریم:

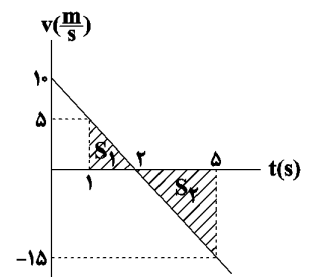
$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = 2a + 10 \Rightarrow a = -5 \frac{m}{s^2}$$

اکنون معادله سرعت زمان را می‌نویسیم و با استفاده از آن سرعت متحرک را در لحظات $t_1 = 1s$ و $t_2 = 5s$ محاسبه نموده و سپس نمودار $v-t$ را رسم می‌کنیم و جابه‌جایی متحرک را که برابر اندازه مساحت سطح محصور بین نمودار $v-t$ و محور زمان است، به دست می‌آوریم:

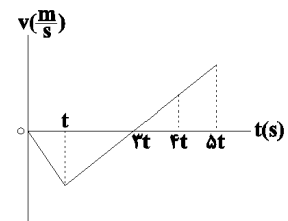
$$t_1 = 1s \Rightarrow v_1 = -5 + 10 = 5 \frac{m}{s}$$

$$t_2 = 5s \Rightarrow v_2 = -25 + 10 = -15 \frac{m}{s}$$

$$\text{مسافت} = \ell = |S_1| + |S_2| \Rightarrow \left| \frac{1}{2} \times 1 \times 5 \right| + \left| \frac{1}{2} \times 4 \times (-15) \right| \Rightarrow \ell = 25m$$



۱۱۴



گزینه درست: ۲

سوال ۱۱۴

گزینه «۲»

در بازه زمانی صفر تا $3t$ ، مساحت زیر نمودار سرعت - زمان برابر با جابه‌جایی متحرک در این بازه زمانی است. با توجه به اینکه مساحت پایین محور زمان می‌باشد، بنابراین، مقدار جابه‌جایی و همچنین سرعت متوسط در این بازه زمانی، منفی خواهد بود. در این حالت داریم:

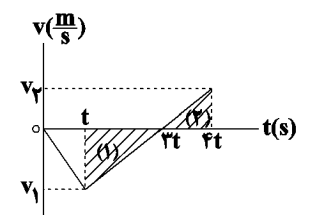
$$S_{(0-3t)} = \frac{v_1 \times 3t}{2} \Rightarrow \Delta x_{(0-3t)} = \frac{3tv_1}{2}$$

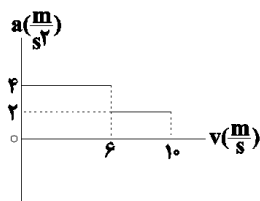
$$v_{av(0-3t)} = \frac{\Delta x_{(0-3t)}}{\Delta t} = \frac{\frac{3tv_1}{2}}{3t-0} = \frac{v_1}{2}$$

$$\xrightarrow{v_{av} = -5 \frac{m}{s}} -5 = \frac{v_1}{2} \Rightarrow v_1 = -10 \frac{m}{s}$$

اکنون با استفاده از تشابه مثلث‌های (۱) و (۲) سرعت در لحظه $4t$ را می‌یابیم:

$$\frac{v_2}{|v_1|} = \frac{4t-3t}{3t-t} \Rightarrow \frac{v_2}{10} = \frac{1}{2} \Rightarrow v_2 = 5 \frac{m}{s}$$





گزینه درست: ۲

سوال ۱۱۵

گزینه «۲»

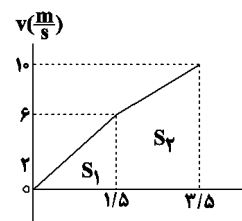
حرکت شامل دو بخش با شتاب ثابت است. از روی نمودار شتاب - سرعت، نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم می‌کنیم. بنابراین، ابتدا لحظه‌هایی که سرعت متحرک $6 \frac{m}{s}$ و $10 \frac{m}{s}$ است را می‌یابیم:

$$a_1 = 2 \frac{m}{s^2} \quad v_1 = a_1 t_1 + v_0 \xrightarrow{v_0=0, v_1=6 \frac{m}{s}} 6 = 2t_1 + 0 \Rightarrow t_1 = \frac{6}{2} = 3 \text{ s}$$

$$a_2 = 2 \frac{m}{s^2} \quad v_2 = a_2 t + v_1 \xrightarrow{v_1=6 \frac{m}{s}, v_2=10 \frac{m}{s}} 10 = 2t + 6 \Rightarrow t = \frac{4}{2} = 2 \text{ s}$$

$$\Rightarrow t_T = 3 + 2 = 5 \text{ s}$$

مساحت محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر جابه‌جایی است.



$$\Delta x = s_1 + s_2 = \frac{6 \times 3}{2} + \frac{(6+10) \times 2}{2} = 9 + 16 = 25 \text{ m}$$

$$s_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{25}{5} = 5 \frac{m}{s}$$

۱۱۶

گزینه درست: ۳

سوال ۱۱۶

گزینه «۳»

ابتدا با توجه به معادله مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت، معادله مکان متحرک را به‌دست می‌آوریم:

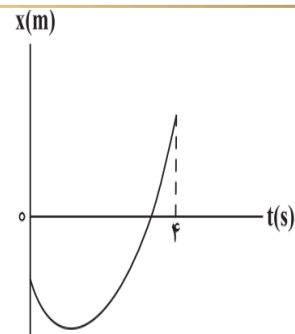
$$x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0 \xrightarrow{a=2 \frac{m}{s^2}, v_0=-1 \frac{m}{s}, x_0=-6 \text{ m}} x = t^2 - t - 6$$

اکنون برای محاسبه لحظه تغییر جهت بردار مکان باید در معادله مکان - زمان مقدار x را برابر صفر قرار دهیم؛ زیرا برای $x > 0$ جهت بردار مکان تغییر می‌کند.

$$t^2 - t - 6 = 0 \Rightarrow (t+2)(t-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -2 \text{ s} \checkmark \\ t = 3 \text{ s} \checkmark \end{cases}$$

و در آخر برای تعیین لحظه تغییر جهت بردار سرعت، معادله سرعت - زمان متحرک را که با شتاب ثابت حرکت می‌کند به‌دست می‌آوریم و v را مساوی صفر قرار می‌دهیم.

$$v = at + v_0 \xrightarrow{a=2 \frac{m}{s^2}, v_0=-1 \frac{m}{s}} v = 2t - 1 \xrightarrow{v=0} t = \frac{1}{2} \text{ s}$$



گزینه درست: ۳

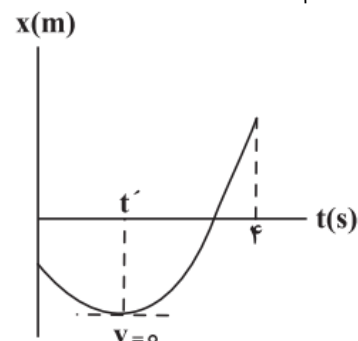
سوال ۱۱۷

گزینه «۳»

با توجه به نمودار، در ابتدا حرکت کندشونده است. زیرا بزرگی شیب خط مماس بر نمودار (سرعت) در حال کاهش است. بنابراین، ابتدا لحظه‌ای که سرعت متحرک صفر می‌شود را می‌یابیم. چون در لحظه شروع حرکت سرعت منفی و در لحظه $t = 4s$ مثبت است. در این صورت برای محاسبه شتاب حرکت می‌توان نوشت:

$$\Rightarrow v = at + v_0$$

$$\xrightarrow{v=2|v_0|} 2|v_0| = a \times 4 + (-|v_0|) \Rightarrow a = \frac{3}{4}|v_0|$$



مدت زمان حرکت کندشونده از لحظه شروع حرکت ($t = 0$) تا لحظه t' است. چون در لحظه t' که متحرک تغییر جهت می‌دهد $v = 0$ است، داریم:

$$v = at' + v_0 \Rightarrow 0 = \frac{3}{4}|v_0|t' - |v_0| \Rightarrow |v_0| = \frac{3}{4}|v_0|t' \Rightarrow t' = \frac{4}{3}s$$

بنابراین، در بازه زمانی صفر تا $\frac{4}{3}s$ که متحرک تغییر جهت می‌دهد، حرکت متحرک به صورت کندشونده است.



گزینه درست: ۲

سوال ۱۱۸

گزینه «۲»

رابطه سرعت - جابه‌جایی را یک‌بار برای مسیر AB و بار دیگر برای مسیر BC می‌نویسیم و به صورت زیر v را می‌یابیم:

$$\begin{cases} AB \Rightarrow v_B^2 - v_A^2 = 2a\overline{AB} \xrightarrow{v_B=v, v_A=\frac{m}{s}} v^2 - 36 = 2a\overline{AB} \\ BC \Rightarrow v_C^2 - v_B^2 = 2a\overline{BC} \xrightarrow{v_C=0, v_B=v, \overline{BC}=\frac{5}{4}\overline{AB}} 0 - v^2 = 2a \times \frac{5}{4}\overline{AB} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{v^2 - 36}{-v^2} = \frac{2a\overline{AB}}{2a \times \frac{5}{4}\overline{AB}} \Rightarrow \frac{v^2 - 36}{-v^2} = \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow 5v^2 - 5 \times 36 = -4v^2 \Rightarrow 9v^2 = 5 \times 36$$

$$\Rightarrow v^2 = 5 \times 4 \Rightarrow v = 2\sqrt{5} \frac{m}{s}$$

گزینه «۱»

در ابتدا، با توجه به اینکه در همه نمودارها، جابه‌جایی در مدت ۲ ثانیه برابر ۱۰ متر است، v_0 را می‌یابیم:

برای نمودارهای «۱» و «۲» که شتابشان منفی است، داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow 10 = \frac{1}{2}(-1)(2)^2 + v_0(2) \Rightarrow v_0 = 6 \frac{m}{s}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = (-1)(2) + 6 \Rightarrow v = +4 \frac{m}{s}$$

تا اینجا فقط گزینه «۱» درست است. زیرا در شکل گزینه «۲» $v_2 < 0$ است. اکنون برای نمودارهای گزینه «۳» و گزینه «۴» که شتابشان مثبت است، داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow 10 = \frac{1}{2}(1)(2)^2 + v_0(2) \Rightarrow v_0 = 4 \frac{m}{s}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v_2 = (1)(2) + 4 = 6 \frac{m}{s} \neq 4 \frac{m}{s}$$

برای شکل‌های گزینه «۳» و گزینه «۴» که $a > 0$ است، $v_{2s} = 6 \frac{m}{s}$ می‌شود.

۱۲۰

گزینه «۱»

حرکت متحرک را به صورت معکوس در نظر می‌گیریم. یعنی فرض می‌کنیم متحرک از حال سکون حرکت نموده و در ثانیه اول حرکت Δx_1 و در دو ثانیه آخر Δx_2 جابه‌جا شده است. بنابراین داریم:



ابتدا شتاب را می‌یابیم:

$$\Delta x_2 = 20 \Delta x_1 \xrightarrow[\Delta x_1 = \frac{1}{2}at^2]{\Delta x_2 = \frac{v_1 + v_2}{2} \times \Delta t_2} \frac{v' + 30}{2}(2) = 20 \cdot \frac{1}{2}a(1)^2$$

$$\Rightarrow v' + 30 = 10a \quad [1]$$

$$30 = a(2) + v' \Rightarrow v' = 30 - 2a \quad [2]$$

$$[1], [2] \quad 30 - 2a + 30 = 10a \Rightarrow 12a = 60 \Rightarrow a = 5 \frac{m}{s^2}$$

اکنون جابه‌جایی را می‌یابیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 30^2 - 0 = 2(5)(\Delta x) \Rightarrow \Delta x = 90m$$

$$\ell = \Delta x = 90m$$

چون متحرک تغییر جهت نمی‌دهد، مسافت طی‌شده برابر بزرگی جابه‌جایی است.