

۱

سوال ۱ گزینه درست: ۱

گزینه «۱»

ابتدا برابند نیروها را به دست می آوریم و سپس اندازه نیروی برابند و شتاب جسم را می یابیم:

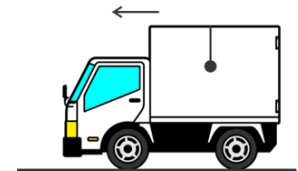
$$\vec{F}_t = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 1/2\vec{i} - 1/6\vec{j} \Rightarrow |F_t| = \sqrt{(1/2)^2 + (-1/6)^2} = 2N$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{(0/3)^2 + (-0/4)^2} = 0/5 \frac{m}{s^2}$$

حال با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$a = \frac{F_t}{m} \Rightarrow m = \frac{F_t}{a} = \frac{2}{0/5} = 4kg$$

۲



سوال ۲ گزینه درست: ۴

گزینه «۴»

هنگامی که کامیون به سمت چپ شروع به حرکت می کند، وزنه آونگ به سبب لختی، تمایل به حفظ حالت اولیه خود (سکون) دارد و بنابراین به سمت راست منحرف می شود. این پدیده با قانون اول نیوتون قابل توجیه است.

۳

سوال ۳ گزینه درست: ۲

گزینه «۲»

طبق قانون اول نیوتون، هرگاه نیروهای وارد بر جسمی متوازن باشند، اگر جسم ساکن باشد همچنان ساکن باقی می ماند و اگر در حال حرکت باشد، سرعت جسم تغییر نمی کند و ثابت می ماند. به این خاصیت اجسام که میل دارند وضعیت حرکت خود را هنگامی که نیروی خالص وارد بر آن ها صفر است، حفظ کنند، لختی گویند.

۴

سوال ۴ گزینه درست: ۲

گزینه «۲»

ابتدا با استفاده از قانون دوم نیوتون شتاب حرکت جسم را می یابیم:

$$F = ma \xrightarrow{m=m_1+m_2+m_3} a = \frac{F}{m_1+m_2+m_3}$$

$$m_1 = \frac{F}{a_1}, m_2 = \frac{F}{a_2} \xrightarrow{m_3 = \frac{F}{a_3}} a = \frac{F}{\frac{F}{a_1} + \frac{F}{a_2} + \frac{F}{a_3}}$$

$$a_1 = 3 \frac{m}{s^2}, a_2 = 6 \frac{m}{s^2} \xrightarrow{a_3 = 9 \frac{m}{s^2}} a = \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9}} \Rightarrow a = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{9}} \Rightarrow a = \frac{2}{3} \frac{m}{s^2}$$

اکنون با استفاده از معادله سرعت - زمان، داریم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{v_0=0, t=6s} v = \frac{2}{3} \times 6 + 0 = 4 \frac{m}{s}$$

۵

سوال ۵ گزینه درست: ۲

گزینه «۲»

با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a} \xrightarrow{a' = -2a} \vec{F}'_{net} = -2m\vec{a}$$

$$\vec{F}'_{net} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \xrightarrow{m' = 2m} \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -2\vec{F}_1 \Rightarrow \vec{F}_2 = -3\vec{F}_1$$

۶

گزینه درست: ۳

سوال ۶

گزینه «۳»

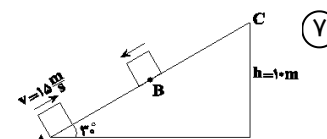
طبق قانون سوم نیوتون اندازه نیروی وارد بر هر دو شخص با هم برابر است. اگر دو شخص در لحظه t به هم برسند، چون v_0 آن‌ها صفر است، داریم:



$$\ell_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2 \Rightarrow \frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{a_1}{|a_2|} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} F &= m_1 a_1 \\ F &= m_2 |a_2| \end{aligned} \Rightarrow m_1 a_1 = m_2 |a_2| \Rightarrow \frac{a_1}{|a_2|} = \frac{m_2}{m_1} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{m_2}{m_1}$$



گزینه درست: ۲

سوال ۷

گزینه «۲»

$$AC = 20m$$

$$AB = BC = 10m$$

$$h_{CB} = 5m, h_{AC} = 10m$$

ابتدا نیروی اصطکاک وارد بر جسم را به دست می‌آوریم، با نوشتن قضیه کار و انرژی بین دو نقطه A و C داریم:

$$\Delta K = W_{mg} + W_f \Rightarrow \frac{1}{2} m v_C^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = -mgh_{AC} - f \times d_{AC}$$

$$\Rightarrow f = \frac{-15^2 + 20^2}{-20} \Rightarrow f = 1/25 N$$

اکنون با نوشتن مجدد قضیه کار و انرژی جنبشی بین نقطه C و نقطه B در مسیر برگشت داریم:

$$K_B - K_C = W_{mg} + W_f \xrightarrow{K_C=0} K_B = mgh_{CB} - f \times d_{CB}$$

$$= 2 \times 10 \times 5 - 1/25 \times 10 = 87/5 J$$

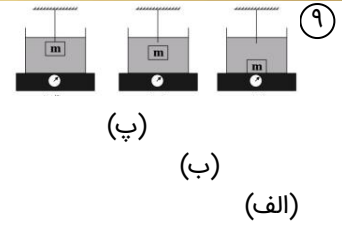
۸

گزینه درست: ۳

سوال ۸

گزینه «۳»

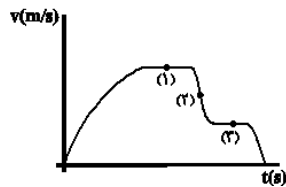
در مرحله اول، شخص تمایل به حفظ وضعیت اولیه خود دارد و به جلو پرتاب می‌شود. این مرحله با قانون اول نیوتون توجیه می‌شود. در مرحله دوم، هنگامی که شخص به جلو پرتاب شده و به کمر بند ایمنی نیرو وارد می‌کند. طبق قانون سوم نیوتون، کمر بند ایمنی نیز به شخص نیرو وارد می‌کند. این مرحله با قانون سوم نیوتون توجیه می‌شود.



سوال ۹ گزینه درست: ۲

گزینه «۲»

در شکل‌های (الف) و (ب) عددی که ترازو نشان می‌دهد برابر با مجموع وزن آب و ظرف و نیروی شناور است. با توجه به این‌که چگالی جسم از چگالی آب بیش‌تر است. نیروی شناوری از وزن جسم کوچک‌تر است. بنابراین (الف) و (ب) عددی که ترازو نشان می‌دهد، برابر با مجموع وزن آب و ظرف و نیروی شناوری است و در شکل (پ) عددی که ترازو نشان می‌دهد برابر با مجموع وزن آب و ظرف و جسم است.



سوال ۱۰ گزینه درست: ۲

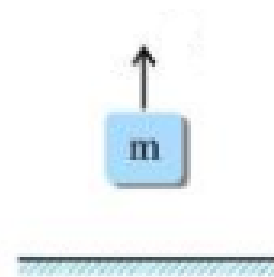
گزینه «۲»

در نقاط (۱) و (۳) می‌دانیم که چون شتاب و نیروی خالص صفر است، $f_D = W$ است (وزن چتر باز)، بنابراین $f_{D_1} = f_{D_3}$ است.

از طرفی چون در (۲) حرکت چتر باز کندشونده است، $f_D > W$ است، لذا $f_{D_1} = f_{D_3} < f_{D_2}$ است.

$\vec{F}$

(۱۱)



زمین

گزینه درست: ۳

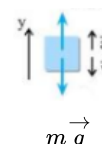
سوال ۱۱

گزینه «۳»

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - mg = ma \Rightarrow a = \frac{F - mg}{m} = \frac{F}{m} - g$$

$$\xrightarrow{F=1/4 mg} a = \frac{1/4 mg}{m} - g = 0/4 g = \frac{1}{8} g$$

$$\vec{F} = 1/4 mg$$



ملاحظه می‌شود شتاب حرکت مثبت است ($a = +0/4 g$). چون جهت مثبت محور مکان را رو به بالا گرفتیم، بنابراین شتاب رو به بالاست اما سوی حرکت طبق صورت سؤال (v) رو به پایین است. وقتی a و v در خلاف جهت هم هستند، حرکت کندشونده خواهد بود ($av < 0$).

(۱۲)

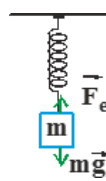
گزینه درست: ۴

سوال ۱۲

گزینه «۴»

در هر حالت، جسم در حال تعادل است. بنابراین اگر قانون دوم نیوتون را برای جسم بنویسیم، داریم:

$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow F_e = mg \Rightarrow k\Delta L = mg$$



$$\Rightarrow \frac{\Delta L_2}{\Delta L_1} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow \frac{L' - L_0}{L - L_0} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow \frac{39 - L_0}{31 - L_0} = \frac{420}{180} \Rightarrow L_0 = 25 \text{ cm}$$

از طرفی برای جرم ۱۸۰ گرمی، می‌توان نوشت:

$$F_e = mg \Rightarrow k\Delta L = mg \Rightarrow k \times (31 - 25) \times 10^{-2} = 180 \times 10^{-3} \times 10 \Rightarrow k = 30 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

(۱۳)

گزینه درست: ۳

سوال ۱۳

گزینه «۳»

نیروی که از طرف زمین بر شخص وارد می‌شود، همان نیروی وزن شخص است که ثابت و اندازه آن برابر است با:

$$W = mg = 78 \times 10 = 780 \text{ N}$$

۱۴

گزینه درست: ۱

سوال ۱۴

گزینه «۱»

ابتدا تندی شخص را برحسب m/s تبدیل می‌کنیم:

$$27 \frac{km}{h} = 27 \frac{km}{h} \times \frac{1000m}{1km} \times \frac{1h}{3600s} = 7.5 \frac{m}{s}$$

با استفاده از قانون دوم نیوتون، داریم:

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m \Delta v}{\Delta t} \Rightarrow |F_{av}| = \frac{75 \times (0 - 7.5)}{1/5} \Rightarrow |F_{av}| = 375N$$

۱۵

گزینه درست: ۳

سوال ۱۵

گزینه «۳»

کافی است برابری نیروها را یافته، از رابطه $F_{net} = ma$ شتاب را بیابیم:

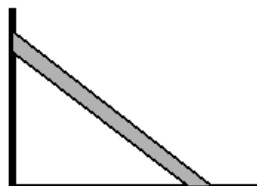
$$F_{net} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = (70\vec{i} - 20\vec{j}) + (50\vec{i} - 40\vec{j}) + (10\vec{j}) = 120\vec{i} - 50\vec{j}$$

بزرگی برابرند:

$$F_{net} = \sqrt{(120)^2 + (50)^2} = 130N$$

$$a = \frac{F_{net}}{m} = \frac{130}{65} = 2m/s^2$$

۱۶

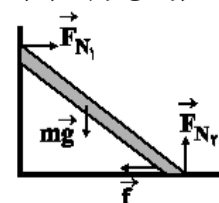


گزینه درست: ۴

سوال ۱۶

گزینه «۴»

ابتدا نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم.



با توجه به اینکه نیروهای وارد بر جسم متوازن هستند، داریم:

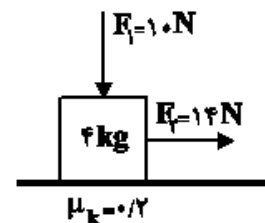
$$\begin{cases} F_{N2} = mg = 480N \\ F_{N1} = f \end{cases}$$

از طرفی داریم:

$$R = 600N \Rightarrow R = \sqrt{f^2 + F_{N2}^2} \\ \Rightarrow 600 = \sqrt{f^2 + 480^2} \Rightarrow f = 360N$$

پس داریم:

$$F_{N1} = 360N$$



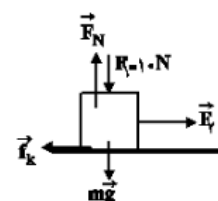
گزینه درست: ۳

سوال ۱۷

گزینه «۳»

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می کنیم. چون در راستای قائم نیروهای وارد بر جسم متوازن هستند داریم :

$$F_N = F_1 + mg = 10 + 40 = 50N$$



سپس نیروی اصطکاک را محاسبه می کنیم:

$$f_k = \mu_k F_N = 0.2 \times 50 = 10N$$

از قانون دوم نیوتون در راستای حرکت داریم:

$$F_2 - f_k = ma_1$$

$$\Rightarrow 14 - 10 = 4a_1 \Rightarrow a_1 = 1 \frac{m}{s^2}$$

از معادله سرعت زمان- سرعت جسم را پس از محاسبه می کنیم.

$$v_1 = a_1 t = 20 \frac{m}{s}$$

پس از قطع شدن دو نیروی F_1 و F_2 داریم:

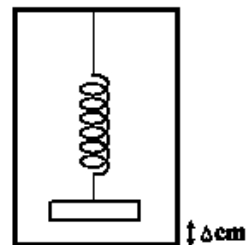
$$F'_N = mg \Rightarrow f_k = \mu_k F'_N = \mu_k mg$$

$$\Rightarrow 0 - f_k = ma_2 \Rightarrow a_2 = -\mu_k g = -2 \frac{m}{s^2}$$

از معادله سرعت- جابه جایی داریم:

$$v_2^2 = v_1^2 + 2a_2 \Delta x \Rightarrow 0 = 400 - 4\Delta x \Rightarrow \Delta x = 100m$$

۱۸



گزینه درست: ۳

سوال ۱۸

گزینه «۳»

در حال اول داریم:

$$F_{net} = 0 \Rightarrow k\Delta x = mg \Rightarrow 1000 \times \frac{20}{100} = m \times 10$$

$$\Rightarrow 10m = 2000 \Rightarrow m = 200 \text{ kg}$$

در حالت دوم، داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow kx - mg = ma$$

$$\Rightarrow k\Delta x = m(g + a) \Rightarrow 1000 \times \frac{25}{100} = 200(10 + a)$$

$$\Rightarrow 250 = 200 + 200a \Rightarrow 200a = 50 \Rightarrow a = \frac{1}{4} \frac{m}{s^2}$$

کل شتاب وارد شده به جسم باید از g بیشتر باشد چون فنر باید بیشتر کشیده شود (نیروی بیشتری به آن وارد شود). بنابراین حرکت یا باید تندشونده رو به بالا و یا کندشونده رو به پایین باشد.

۱۹

گزینه درست: ۴

سوال ۱۹

گزینه «۴»

جعبه در ابتدا ساکن است. اندازه بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر جعبه، برابر است با:

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = \mu_s mg = 0.5 \times 2 \times 10 = 10 \text{ N}$$

چون $F < f_{s,max}$ است، جعبه ساکن می ماند و اندازه نیروی اصطکاک وارد بر آن برابر با 8 N خواهد شد. بر جعبه از طرف سطح دو نیروی عمود بر هم $F_N = 20 \text{ N}$ و $f_s = 8 \text{ N}$ وارد می شود. بنابراین اندازه نیرویی که از طرف سطح بر جعبه وارد می شود، برابر

$$R = \sqrt{f_s^2 + F_N^2} = \sqrt{8^2 + 20^2} = \sqrt{464} = 4\sqrt{29} \text{ N}$$

۲۰



گزینه درست: ۲

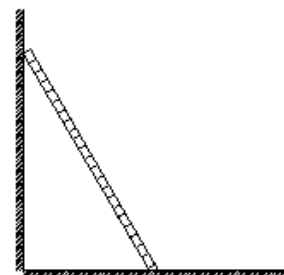
سوال ۲۰

گزینه «۲»

با توجه به رابطه وزن ظاهری در آسانسور داریم:

$$F_N = m(g \pm a) \begin{cases} \text{تندشونده به سمت پایین} & F_N = m(g - a) \\ \text{کندشونده به سمت پایین} & F_N = m(g + a) \end{cases}$$

$$\frac{F_N}{F_N'} = \frac{g-a}{g+a} \xrightarrow{a' = \frac{10}{5} = 2 \frac{m}{s^2}} \frac{F_N}{F_N'} = \frac{10-2}{10+2} = \frac{8}{12}$$



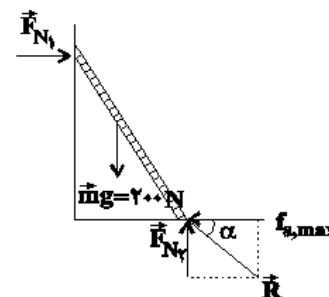
گزینه درست: ۳

سوال ۲۱

گزینه «۳»

اولاً چون دیوار قائم اصطکاک ندارد، نیرویی که به نردبان وارد می‌کند بر سطح دیوار عمود است. نیرویی که از طرف سطح افقی به نردبان وارد می‌شود ($\vec{R}$) دو مؤلفه در راستای نیروی اصطکاک ایستایی بین زمین و نردبان و نیروی عمودی وارد بر سطح افقی دارد.

بنابراین چهار نیرو به نردبان وارد می‌شود که عبارتند از: نیروی وزن ($\vec{W}$)، نیروی عمودی سطح دیوار قائم ($\vec{F}_{N_1}$)، نیروی عمودی سطح زمین ($\vec{F}_{N_2}$) و نیروی اصطکاک ایستایی بین زمین و نردبان در آستانه حرکت ($f_{s, \max}$)، نردبان همچنان در حال تعادل است. بنابراین نیروی خالص در راستای قائم و افقی صفر است.



$$F_{net\ y} = 0$$

$$\Rightarrow F_{N_2} - W = 0 \Rightarrow F_{N_2} = W = mg = 20 \times 10 = 200\text{ N}$$

$$f_{s, \max} = \mu_s F_{N_2} = 0.75 \times 200 = 150\text{ N}$$

$$\tan \alpha = \frac{F_{N_2}}{f_{s, \max}} = \frac{200}{150} = \frac{4}{3} \Rightarrow \alpha = 53^\circ$$

گزینه درست: ۱

سوال ۲۲

گزینه «۱»

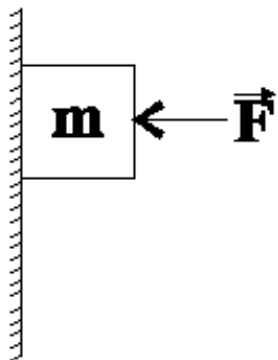
بررسی همه موارد:

(آ) هنگامی که یک چتر باز پس از پرش آزاد، چترش را باز می‌کند، تندی چتر باز به تدریج کاهش می‌یابد و در نتیجه اندازه نیروی مقاومت هوا هم کم می‌شود تا این که نیروهای وارد بر چتر باز متوازن شوند. پس از این چتر باز با تندی ثابتی موسوم به تندی حدی، به طرف پایین حرکت می‌کند.

(ب) در این حالت با این که تندی ثابت است ولی چون اتومبیل در حال دور زدن است، پس جهت سرعت تغییر می‌کند و حرکت شتابدار است؛ پس برآیند نیروها مخالف صفر است ($F_{net} = ma \neq 0$)، در نتیجه نیروهای وارد بر جسم متوازن نیستند.

(پ) با توجه به این که هواپیما در ارتفاع ثابت از سطح زمین و با سرعت ثابت در حال حرکت است، بنابراین شتاب حرکت آن صفر است؛ پس برآیند نیروهای وارد بر آن نیز صفر است. بنابراین نیروهای وارد بر هواپیما در این حالت متوازن هستند.

(ت) در این حالت نیز حرکت شتابدار است، پس ($F_{net} = ma \neq 0$) است.

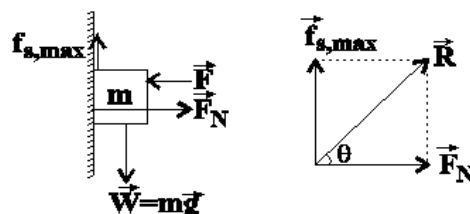
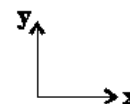


گزینه درست: ۳

سوال ۲۳

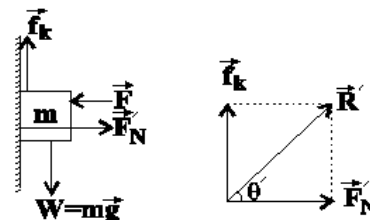
گزینه «۳»

اگر برایند نیروها در راستای قائم را مشخص کنیم، در هر دو حالت نیروی اصطکاک با نیروی وزن جسم برابر است: الف) جسم در آستانه حرکت به سمت پایین قرار می‌گیرد.



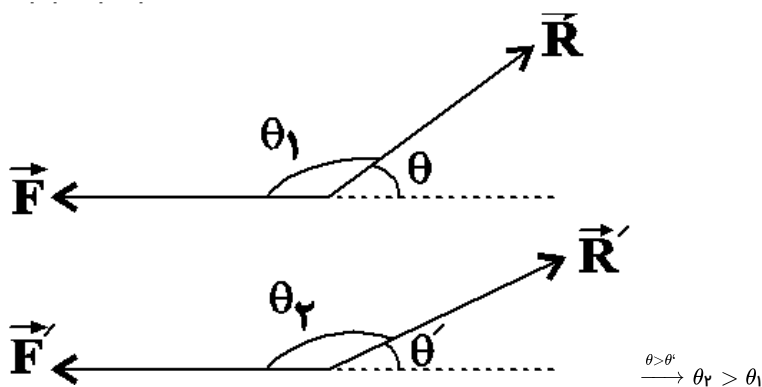
$$\tan \theta = \frac{f_{s,\max}}{F_N} \xrightarrow{f_{s,\max} = \mu_s F_N} \tan \theta = \mu_s \quad (I)$$

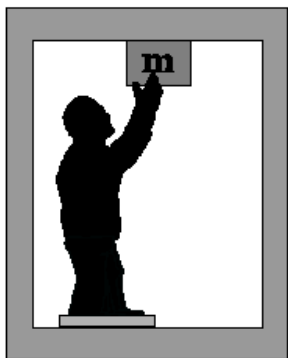
ب) جسم با تندی ثابت به سمت پایین در حال حرکت است.



$$\tan \theta' = \frac{f_k}{F_N} \xrightarrow{f_k = \mu_k F_N} \tan \theta' = \mu_k \quad (II)$$

$$(I), (II) \xrightarrow{\mu_s > \mu_k} \theta > \theta'$$



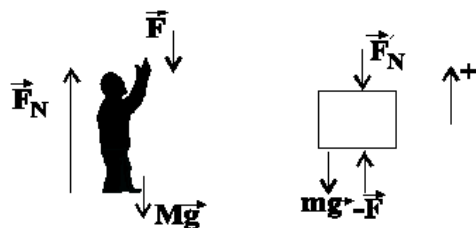


گزینه درست: ۴

سوال ۲۴

گزینه «۴»

نیروهای وارد بر شخص و نیروهای وارد بر جسم را مشخص می‌کنیم. به شخص سه نیروی عمودی سطح، نیروی وزن و نیرویی که جسم به آن وارد می‌کند، وارد می‌شود. به جسم هم سه نیروی وزن، عمودی سطح و نیرویی که شخص به آن وارد می‌کند، وارد می‌شود. عددی که ترازو نشان می‌دهد، برابر با اندازه نیروی عمودی سطح است که به شخص وارد می‌شود.



با نوشتن قانون دوم نیوتون در راستای قائم برای شخص و جسم داریم:

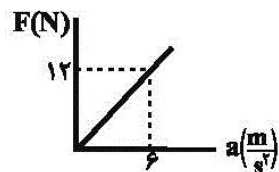
$$\begin{aligned}
 F_N - Mg - F &= Ma \Rightarrow \frac{F_N - Mg - F}{M} = \frac{F - mg - F_N}{m} \\
 F - mg - F_N &= ma \\
 F_N = 750 \text{ N}, M = 60 \text{ kg}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} &\rightarrow \frac{750 - 600 - F}{60} = \frac{F - 150 - F_N}{1/5} \\
 F = 750 \text{ N}, m = 1/5 \text{ kg} &\Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{550 - F_N}{1/5} \Rightarrow F_N = 53 \text{ N}
 \end{aligned}$$

گزینه درست: ۴

سوال ۲۵

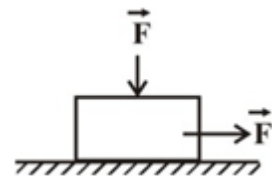
گزینه «۴»

طبق رابطه $\vec{F}_{net} = m\vec{a}$ ، نیروی خالص وارد بر جسم متناسب با شتاب آن می‌باشد.



ضریب تناسب، جرم جسم است که مقداری ثابت می‌باشد، بنابراین نمودار $F - a$ ، خطی گذرنده از مبدأ می‌باشد که شیب آن برابر جرم جسم می‌باشد. در لحظه دلخواه t که شتاب برابر با $6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ است، نیروی خالص وارد بر جسم $F_{net} = ma = 2 \times 6 = 12 \text{ N}$ است.

۲۶

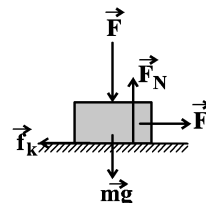


گزینه درست: ۲

سوال ۲۶

نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. در راستای قائم می‌توان نوشت:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_N - F - mg = 0 \Rightarrow F_N = F + mg$$



در راستای افقی می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \sum F_x = ma_x &\Rightarrow F - f_k = ma_x \xrightarrow{f_k = \mu_k F_N, F_N = F + mg} \\ F - \mu_k(F + mg) &= ma_x \Rightarrow F = \frac{(a_x + \mu_k g)m}{1 - \mu_k} \\ \xrightarrow{a_x = 2 \frac{m}{s^2}, \mu_k = 0.2, m = 2/5 kg, g = 10 \frac{N}{kg}} & F = \frac{(2 + 0.2 \times 10) \times 2/5}{1 - 0.2} \\ &\Rightarrow F = 12/5 N \end{aligned}$$

۲۷

گزینه درست: ۳

سوال ۲۷

گزینه «۳»

واکنش هر نیرو به جسمی وارد می‌شود که آن نیرو را وارد کرده است. بنابراین واکنش نیروی وزن به زمین وارد می‌شود و چون در حالت دوم از طرف شخص، درخت و زمین به طناب نیرو وارد شده است، پس طناب نیز طبق قانون سوم نیوتون به هر سه نیروی عکس‌العمل وارد می‌کند.

۲۸

گزینه درست: ۲

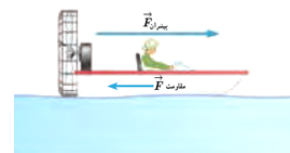
سوال ۲۸

گزینه «۲»

با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$\begin{aligned} \vec{F}_{net} = m\vec{a} &\Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = m\vec{a} \\ \xrightarrow{\vec{F}_2 + \vec{F}_1 = -36\vec{i} + 27\vec{j}} & \vec{F}_3 - 36\vec{i} + 27\vec{j} = 5 \times (-4\vec{i} + 3\vec{j}) \\ \vec{F}_3 = 16\vec{i} - 12\vec{j} &\Rightarrow |\vec{F}_3| = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20 N \end{aligned}$$

۲۹



سوال ۲۹ گزینه درست: ۲

گزینه «۲»

ابتدا با استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی (مستقل از زمان)، شتاب حرکت قایق را به دست می‌آوریم:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \xrightarrow{v = \frac{m}{s}, v_0 = \frac{m}{s}, \Delta x = 30m} a = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \times 30}$$

$$\Rightarrow a = \frac{3}{5} \frac{m}{s^2}$$

اکنون مطابق قانون دوم نیوتون نیروی مقاومت را به دست می‌آوریم:

$$F_{\text{پیشران}} - F_{\text{مقاومت}} = ma \xrightarrow{m = 400kg, F_{\text{پیشران}} = 1200N} a = \frac{3}{5} \frac{m}{s^2}$$

$$F_{\text{مقاومت}} = 1200 - 300 = 900N$$

۳۰

سوال ۳۰ گزینه درست: ۳

گزینه «۳»

نیروی که از طرف شخص به جعبه وارد می‌شود. به سمت غرب است و نیرویی که از طرف زمین به جعبه وارد می‌شود به سمت پایین است.

بنابراین مطابق قانون سوم نیوتون واکنش این دو نیرو از طرف جعبه به شخص در جهت شرق و از طرف جعبه به زمین به سمت بالا است.

۳۱

سوال ۳۱ گزینه درست: ۳

قانون دوم نیوتون را برای هر گلوله می‌نویسیم. داریم:

$$W - f_D = ma \Rightarrow a = \frac{W - f_D}{m} \xrightarrow{W = mg} a = \frac{mg - f_D}{m}$$

(جهت مثبت شتاب را به سمت پایین می‌گیریم.)

$$a = g - \frac{f_D}{m} \text{ نیروی مقاومت هوا}$$

با توجه به یکسان بودن نیروی مقاومت هوا، هر چه m بیش‌تر باشد، شتاب حرکت بیش‌تر است. در نتیجه:

$$m_2 > m_3 > m_1 \Rightarrow a_2 > a_3 > a_1$$

از طرفی طبق رابطه سرعت - جابه‌جایی می‌توانیم بنویسیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y$$

$$v^2 - 0 = 2ah \Rightarrow v = \sqrt{2ah} \xrightarrow{a_2 > a_3 > a_1} v_2 > v_3 > v_1$$

۳۲

سوال ۳۲ گزینه درست: ۴

قانون اول نیوتون: هر جسمی تمایل دارد حرکت اولیه خود را حفظ کند بنابراین بسته تمایل دارد با سرعت کامیون به حرکت خود ادامه دهد در نتیجه در ابتدای حرکت روی سطح جاده، در جهت حرکت کامیون حرکت می‌کند.

گزینه «۴»

به بررسی تک تک گزینه ها می پردازیم:

گزینه «۱»: وقتی نیروی خالصی به جسمی وارد شود، ممکن است کار کل انجام شده روی آن صفر باشد، مانند نیروی خالص وزن که به ماهواره های در حال گردش به دور زمین وارد می شود ولی کار نیروی وزن همواره در جابه جایی ماهواره صفر است.

گزینه «۲»: قضیه کار - انرژی جنبشی روی هر مسیر خمیده ای نیز به کار می رود.

گزینه «۳»: هنگامی که کار کل انجام شده در یک مسیر روی جسم صفر است، تندی آن در نقاط ابتدا و انتهای مسیر یکسان است، ولی در طول مسیر می تواند تغییر کند، مانند گلوله ای که در شرایط خلأ از ارتفاع h به طرف بالا پرتاب می کنیم و دوباره به نقطه پرتاب باز می گردد.

گزینه «۴»: وقتی تندی جسم افزایش می یابد الزاماً تغییرات انرژی جنبشی مثبت و لذا طبق قضیه کار - انرژی جنبشی کار کل انجام شده روی آن نیز مثبت است.

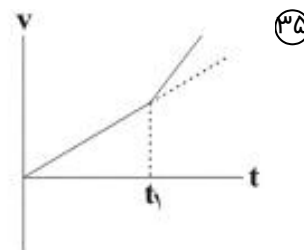
$$\vec{F}_{net} = m\vec{a}$$

$$F = m \times 2 \Rightarrow m = \frac{F}{2}$$

$$F + 10 = (m + 2) \times 3 \Rightarrow F + 10 = \left(\frac{F}{2} + 2\right) \times 3$$

$$F + 10 = 1/5 F + 6 \Rightarrow F = 0/5 F \Rightarrow F = 1N \Rightarrow m = \frac{F}{2} = \frac{1}{2} = 0.5 kg$$

$$4F = (m + 4) \times a \Rightarrow 32 = (0.5 + 4) \times a \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2} \quad \text{در نتیجه:}$$



گزینه «۳»

مطابق نمودار سرعت - زمان، نوع حرکت جسم به صورت پیوسته تندشونده است.

بنابراین، در هر بازه زمانی جهت بردارهای سرعت و شتاب یکسان است. با توجه به این که شیب نمودار سرعت - زمان برابر با شتاب لحظه ای است، اندازه شتاب در بازه زمانی صفر تا t_1 کوچکتر از اندازه شتاب پس از لحظه t_1 است. با توجه به قانون

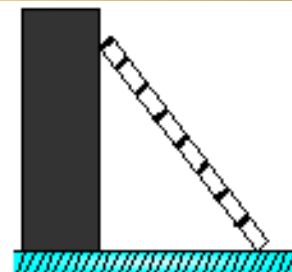
دوم نیوتون $F_{net} = ma$ ؛ اولاً بردار نیروهای برآیند از لحظه $t_0 = 0s$ تا لحظه t_1 و نیروی $\vec{F}_2$ با یکدیگر هم جهت هستند، ثانیاً بزرگی برآیند در بازه صفر تا t_1 کوچکتر از برآیند نیروها پس از لحظه t_1 است.

$$t_1 \text{ نیروی برآیند تا لحظه } \vec{F}_{net} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \xrightarrow{|\vec{F}_1| > |\vec{F}_{net}|}$$

$$t_1 \text{ نیروی برآیند پس از لحظه } \vec{F}_{net} = \vec{F}_2$$

$$\vec{F}_1 \text{ خلاف جهت } \vec{F}_2 \text{ و } \xrightarrow{|\vec{F}_1| > |\vec{F}_{net}|} |\vec{F}_2| > |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| \Rightarrow |\vec{F}_2| > |\vec{F}_1|$$

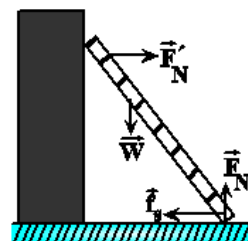
۳۶



سوال ۳۶ گزینه درست: ۳

گزینه «۳»

نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند، برابر دو نیروی عمودی تکیه‌گاه ($\vec{F}_N$) و نیروی اصطکاک ایستایی ($\vec{f}_s$) می‌باشد. با توجه به شکل، نیروی اصطکاک ایستایی برابر با نیرویی است که دیوار قائم به نردبان وارد می‌کند و نیروی عمودی تکیه‌گاه برابر نیروی وزن نردبان می‌باشد. بنابراین، می‌توان نوشت:

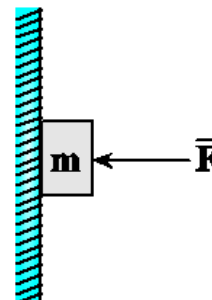


$$F_{net} = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} F_{net,x} = 0 \Rightarrow F'_N - f_s = 0 \Rightarrow f_s = F'_N \xrightarrow{F'_N = 150N} f_s = 150N \\ F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_N = W = mg \xrightarrow{m=36kg} F_N = 36 \times 10 = 360N \end{cases}$$

$$R_{\text{سطح افقی}} = \sqrt{f_s^2 + F_N^2} = \sqrt{150^2 + 360^2} \Rightarrow R_{\text{سطح افقی}} = 390N$$

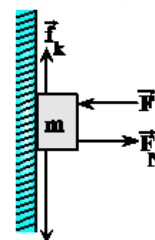
۳۷



سوال ۳۷ گزینه درست: ۴

گزینه «۴»

چون جسم با تندی ثابت در حال حرکت است، برابر نیروهای وارد بر آن صفر می‌باشد. بنابراین با توجه به جهت نیروهای وارد بر جسم، داریم:



$$mg - f_k = 0 \Rightarrow mg = f_k$$

از طرف دیگر، با توجه به نیروی واکنش سطح، نیروی عمودی سطح (F_N) را می‌یابیم:

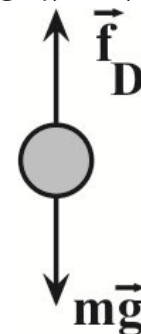
$$R = \sqrt{f_k^2 + F_N^2} \xrightarrow{f_k = mg = W} (2W)^2 = W^2 + F_N^2 \xrightarrow{R = 2mg = 2W} 4W^2 - W^2 = F_N^2 \Rightarrow F_N = \sqrt{3}W$$

در آخر، با استفاده از رابطه $f_k = \mu_k F_N$ ، ضریب اصطکاک جنبشی را پیدا می‌کنیم:

$$f_k = W \xrightarrow{f_k = \mu_k F_N} \mu_k \times \sqrt{3}W = W \Rightarrow \mu_k = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

گزینه «۴»

از لحظه‌ای که نیروهای وارد بر گلوله متوازن می‌شود، گلوله با تندی حدی به سقوط خود ادامه می‌دهد. چون در تندی حدی، برابند نیروهای وارد بر گلوله صفر می‌باشد، ابتدا تندی حدی گلوله را می‌یابیم:



$$mg = f_D \xrightarrow{f_D = \frac{1}{2} \rho v^2} mg = \frac{1}{2} \rho v^2 \xrightarrow{m = 25 \times 10^{-3} \text{ kg}} \frac{1}{2} \times 10 \times v^2 = 0.25 \Rightarrow v = \frac{1}{2} \times 2.5 = 1.25 \frac{m}{s}$$

اکنون، با داشتن تندی حدی و با توجه به این‌که در تندی حدی، حرکت گلوله یکنواخت بر روی خط راست است، با استفاده از معادله حرکت یکنواخت بر روی خط راست، مدت زمانی را که گلوله با تندی حدی در حال حرکت بوده است تا به سطح زمین برسد، می‌یابیم:

$$\Delta x = v \Delta t \xrightarrow{v = 1.25 \frac{m}{s}} 1.25 \Delta t = 1.6 \Rightarrow \Delta t = 1.28 s$$

چون ۳s بعد از رها شدن گلوله، تندی آن با تندی حدی برابر می‌شود و مدت زمان ۱/۶s با حالت تندی حدی حرکت می‌کند، مدت زمان کل حرکت گلوله از لحظه رها شدن تا لحظه رسیدن به زمین برابر است با:

$$\Delta t_{\text{کل}} = 3 + 1/6 = 3.16 s$$

گزینه «۳»

چون در حالت دوم و تحت تأثیر نیروی بیشتر، طول فنر کمتر شده است، نتیجه می‌گیریم که فنر متراکم و طول آن کاهش یافته است. بنابراین، اگر طول اولیه فنر را L_0 در نظر بگیریم، با استفاده از رابطه نیروی کشسانی فنر ($F_e = kx$)، ابتدا به صورت زیر L_0 را می‌یابیم:

$$F_e = kx \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 76 - L_0 \\ F_1 = 24 N \end{cases} \Rightarrow 24 = k(76 - L_0)$$

$$\begin{cases} x_2 = L_0 - 30 \\ F_2 = 45 N \end{cases} \Rightarrow 45 = k(L_0 - 30)$$

$$\Rightarrow \frac{24}{45} = \frac{k(76 - L_0)}{k(L_0 - 30)} \Rightarrow \frac{8}{15} = \frac{76 - L_0}{L_0 - 30}$$

$$\Rightarrow 8L_0 - 240 = 15 \times 76 - 15L_0$$

$$\Rightarrow 23L_0 = 15 \times 76 + 240 \Rightarrow 23L_0 = 15 \times 76 + 15 \times 16$$

$$\Rightarrow 23L_0 = 15 \times 92 \Rightarrow L_0 = 60 \text{ cm}$$

اکنون تغییر طول فنر را به ازای نیروی $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ می‌یابیم. دقت کنید، چون وقتی فنر تحت تأثیر نیروهای $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ بود، در یک حالت طول آن افزایش و در حالت دیگر طول آن کاهش می‌یافت، لذا این دو نیرو در خلاف جهت یکدیگر بر فنر وارد شده‌اند. بنابراین، وقتی فنر تحت تأثیر نیروی $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ قرار می‌گیرد، اندازه برابند نیروهای وارد بر فنر $F' = F_2 - F_1 = 45 - 24 = 21 N$ در جهت نیروی $\vec{F}_2$ خواهد بود؛ لذا، فنر متراکم می‌شود و طول آن از $L_0 = 60 \text{ cm}$ کمتر خواهد شد. در این‌جا، چون ثابت فنر مجهول است، از رابطه مقایسه‌ای استفاده می‌کنیم:

$$F_e = kx \Rightarrow \frac{F'}{F_1} = \frac{x'}{x_1} \xrightarrow{x_1 = 76 - 60 = 16 \text{ cm}, F_1 = 24 N, F' = 21 N} \frac{21}{24} = \frac{x'}{16} \Rightarrow x' = 14 \text{ cm}$$

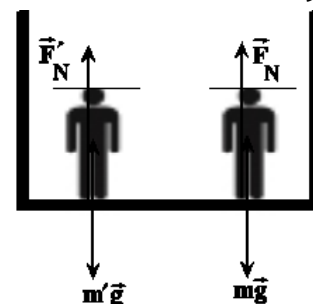
چون طول فنر کاهش یافته است، داریم:

$$x' = L_0 - L' \Rightarrow 14 = 60 - L' \Rightarrow L' = 46 \text{ cm}$$

توجه داشته باشید که می‌توانستیم طول فنر را بیشتر از 76 cm در نظر گرفته و فرض کنیم تحت تأثیر هر دو نیرو فشرده شده است که در این حالت پاسخ به دست آمده در گزینه‌ها نیست.

گزینه «۱»

اگر جهت مثبت را رو به بالا در نظر بگیریم، با توجه به شکل زیر، نیروهای وارد بر هر شخص را رسم می‌کنیم و سپس قانون دوم نیوتون را برای هر کدام می‌نویسیم. با توجه به این‌که، وزن ظاهری شخص، واکنش نیروی سطح $(\vec{F}'_N, \vec{F}_N)$ می‌باشد، می‌توان نوشت:



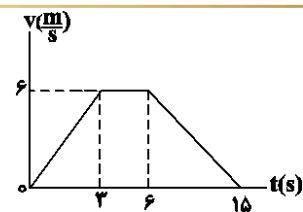
$$F_N - mg = ma \xrightarrow{m=60kg} F_N = 60(g + a)$$

$$F'_N - m'g = m'a \xrightarrow{m'=10kg} F'_N = 10(g + a)$$

$$F'_N - F_N = (g + a)(10 - 60) \xrightarrow{F'_N - F_N = 150N, g=10 \frac{N}{kg}} a = -2 \frac{m}{s^2}$$

$$150 = (10 + a) \times 20 \Rightarrow 7/5 = 10 + a \Rightarrow a = -2/5 \frac{m}{s^2}$$

چون جهت بالا را مثبت فرض کرده‌ایم و شتاب منفی است و با توجه به این‌که حرکت آسانسور در ابتدا تندشونده بوده است و در حرکت تندشونده $\vec{a}$ و $\vec{v}$ هم‌علامت‌اند، بنابراین، آسانسور در جهت شتاب و به سمت پایین شروع به حرکت نموده است.

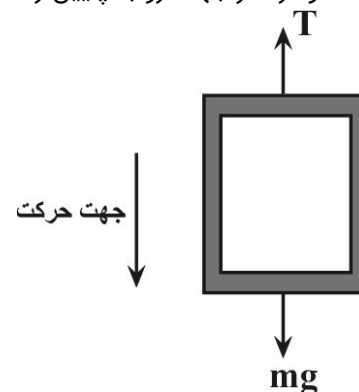


گزینه درست: ۱

سوال ۴۱

گزینه «۱»

باید نیروی کشش کابل در هر مرحله را به دست آورده و سپس بر هم تقسیم کنیم. در بازه زمانی $3s$ تا $6s$ که لحظه $t = 4s$ نیز در همین بازه زمانی قرار دارد، سرعت ثابت است، لذا طبق رابطه $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ ، شتاب حرکت آسانسور صفر است. بنابراین، با توجه به نمودار، اگر جهت رو به پایین را مثبت فرض کنیم، می‌توان نوشت:



$$F_{net} = ma \xrightarrow[a = 0]{g = 10 \frac{m}{s^2}} mg - T_1 = 0 \Rightarrow T_1 = m \times 10 \Rightarrow T_1 = 10m$$

لحظه $t = 12s$ مربوط به بازه زمانی $6s$ تا $15s$ است و آسانسور در این بازه زمانی به صورت کندشونده در حال حرکت رو به پایین است. بنابراین، ابتدا، با استفاده از شیب نمودار $v - t$ در بازه زمانی $6s$ تا $15s$ شتاب آسانسور را پیدا می‌کنیم:

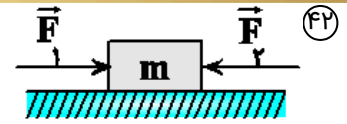
$$a = \frac{v_{15} - v_6}{\Delta t} = \frac{0 - 6}{15 - 6} = -\frac{2}{3} \frac{m}{s^2}$$

اکنون با استفاده از قانون دوم نیوتون، کشش کابل آسانسور را در این بازه زمانی حساب می‌کنیم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - T_2 = ma \xrightarrow[a = -\frac{2}{3} \frac{m}{s^2}} m \times 10 - T_2 = m \times (-\frac{2}{3}) \Rightarrow T_2 = 10m + \frac{2}{3}m \Rightarrow T_2 = \frac{32}{3}m$$

در آخر داریم:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{10m}{\frac{32}{3}m} = \frac{30m}{32m} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{15}{16}$$

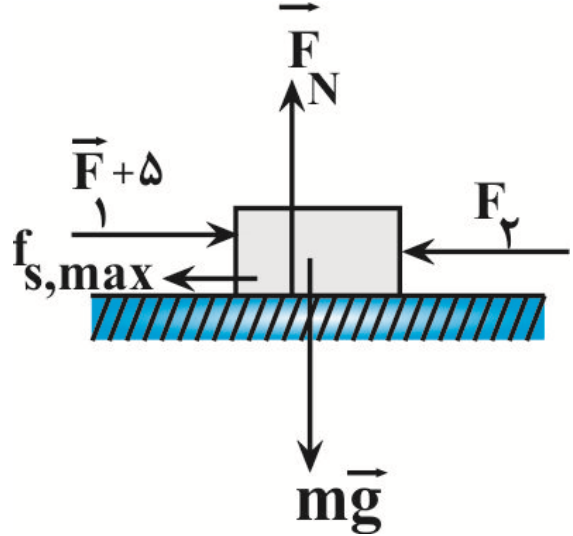


گزینه درست: ۱

سوال ۴۲

گزینه «۱»

با توجه به این که با افزایش ۵ نیوتونی نیروی $\vec{F}_1$ ، جسم در آستانه حرکت قرار می‌گیرد، برآیند نیروهای وارد بر جسم برابر بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی است. بنابراین، می‌توان نوشت:

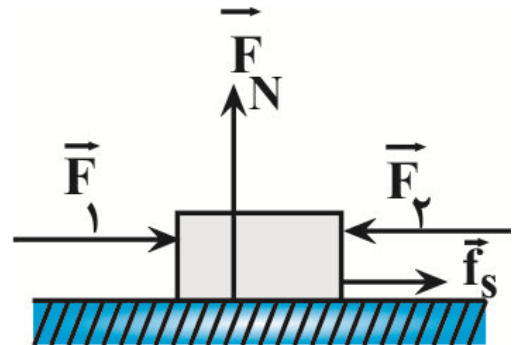


$$f_{s,\max} = \mu_s \cdot F_N \xrightarrow{F_N = mg} f_{s,\max} = \mu_s mg$$

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F_1 + 5 - F_2 - f_{s,\max} = 0$$

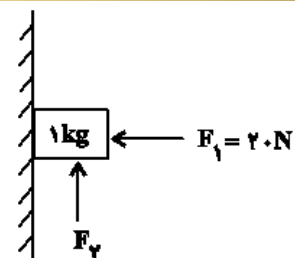
$$F_1 + 5 - F_2 - \mu_s mg = 0 \xrightarrow{\mu_s = 0.1, m = 50 \text{ kg}} F_1 + 5 - F_2 - 50 \times 0.1 \times 10 = 0 \Rightarrow F_2 - F_1 = 1 \text{ N} \Rightarrow F_2 > F_1$$

چون $F_2 > F_1$ است، بنابراین در حالت اول (قبل از افزایش نیروی F_1) برآیند نیروهای $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ در جهت نیروی $\vec{F}_2$ است؛ لذا نیروی اصطکاک در خلاف جهت نیروی $\vec{F}_2$ ، یعنی به سمت راست و در جهت نیروی $\vec{F}_1$ می‌باشد. اندازه نیروی اصطکاک برابر است با:



$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F_2 - F_1 - f_s = 0 \Rightarrow f_s = F_2 - F_1 \xrightarrow{F_2 - F_1 = 1 \text{ N}} f_s = 1 \text{ N}$$

(۴۳)

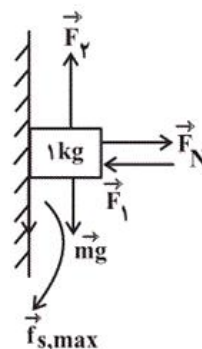


گزینه درست: ۴

سوال ۴۳

گزینه «۴»

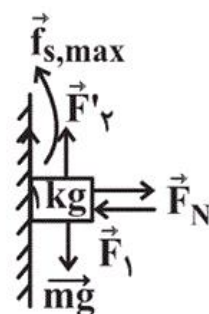
اگر جسم در آستانه حرکت به سمت بالا قرار داشته باشد، با رسم نیروهای وارد بر جسم می‌توان نوشت:



در راستای افق: $F_1 = F_N \Rightarrow F_N = 20\text{ N}$

در آستانه حرکت رو به بالا: $F_2 - f_{s,\max} - mg = 0$

$$\Rightarrow F_2 = mg + \mu_s F_N \Rightarrow F_2 = 1 \times 10 + 0.3 \times 20 \Rightarrow F_2 = 10 + 6 = 16\text{ N}$$



در آستانه حرکت رو به پایین: $F'_2 + f_{s,\max} = mg$

$$\Rightarrow F'_2 = mg - \mu_s F_N \Rightarrow F'_2 = 1 \times 10 - 0.3 \times 20 \Rightarrow F'_2 = 4\text{ N}$$

$$\Delta F = F_2 - F'_2 = 12\text{ N} \quad \text{بنابراین:}$$

(۴۴)

گزینه درست: ۱

سوال ۴۴

گزینه «۱»

در حالت تعادل فنر قائم داریم:
لذا در دو حالت داریم:

$$\begin{cases} mg = k\Delta L \\ mg' = k\Delta L' \end{cases} \Rightarrow \frac{g}{g'} = \frac{\Delta L}{\Delta L'} \xrightarrow{g' = g+a} \frac{g}{g+a} = \frac{\Delta L}{\Delta L'} \Rightarrow \frac{10}{10+2} = \frac{\Delta L}{\Delta L'} \Rightarrow \Delta L' = 2/3 \text{ cm} \Rightarrow L = 12/3 \text{ cm}$$



سوال ۴۵ گزینه درست: ۳

گزینه «۳»

اگر بزرگی مجموعه وزن چتر و چتر باز را mg و بزرگی نیروی مقاوم هوا را f_D در نظر بگیریم، داریم:

$$mg > f_D$$

در مرحله اول (۱):

$$mg = f_D$$

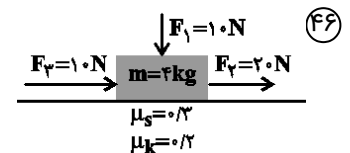
در مرحله دوم (۲):

$$mg < f_D$$

در مرحله سوم (۳):

$$mg = f_D$$

در مرحله چهارم (۴):



سوال ۴۶ گزینه درست: ۴

گزینه «۴»

نیروی محرک از نیروی اصطکاک ایستایی بیش‌تر است و جسم در حال حرکت است و اندازه نیروی سطح

$$F_{net} = 10\text{ N} \quad R = \sqrt{f_k^2 + F_N^2}$$

می‌شود که با نیروی f_k برابر است و جسم با سرعت ثابت به حرکتش ادامه می‌دهد و نیروی سطح وارد به جسم نسبت به

$$\frac{R_2}{R_1} = 1$$

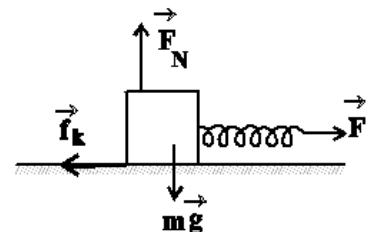
حالت قبل تغییری نمی‌کند.

$$f_k = \mu_k F_N = 0.2 \times 50 = 10\text{ N}$$

(۴۷)

سوال ۴۷ گزینه درست: ۱

گزینه «۱»

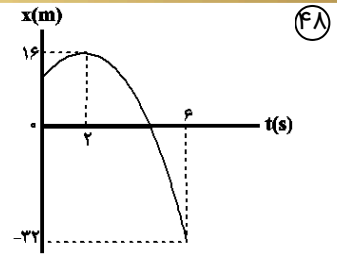


$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow F_N = mg = 20\text{ N}$$

$$(F_{net})_x = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow kx - \mu_k F_N = 0$$

$$x = 25 - 20 = 5\text{ cm}$$

$$100 \times 5 \times 10^{-2} = \mu_k \times 20 \Rightarrow \mu_k = 0.25$$



گزینه درست: ۱

سوال ۴۸

گزینه «۱»

ابتدا شتاب حرکت جسم را به دست می‌آوریم. با توجه به اینکه سرعت جسم در $t = 2s$ برابر صفر است، بین دو لحظه $t = 2s$ تا $t = 6s$ داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow -32 - 16 = \frac{1}{2}a(6-2)^2 \Rightarrow a = -6 \frac{m}{s^2}$$

در لحظه $t = 2s$ جهت حرکت جسم عوض می‌شود. در ۲ ثانیه ابتدایی حرکت که نوع حرکت کندشونده است، نیروی $\vec{F}$ می‌تواند در جهت حرکت و یا در خلاف جهت حرکت، به جسم وارد شود. اگر $\vec{F}$ در جهت حرکت باشد، داریم:

$$F - f_k = ma \Rightarrow F - 4 = 5 \times (-6) \Rightarrow F = -26N \quad \text{غ.ق.}$$

اگر $\vec{F}$ در خلاف جهت حرکت باشد،

$$-F - f_k = ma \Rightarrow -F - 4 = 5 \times (-6) \Rightarrow F = 26N$$

(۴۹)

گزینه درست: ۱

سوال ۴۹

گزینه «۱»

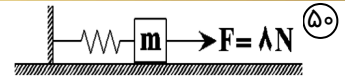
بررسی همه موارد:

(آ) هنگامی که یک چترباز پس از پرش آزاد، چترش را باز می‌کند، تندی چترباز به تدریج کاهش می‌یابد و در نتیجه اندازه نیروی مقاومت هوا هم کم می‌شود تا این که نیروهای وارد بر چترباز متوازن شوند. پس از این چترباز با تندی ثابتی موسوم به تندی حدی، به طرف پایین حرکت می‌کند.

(ب) در این حالت با این که تندی ثابت است ولی چون اتومبیل در حال دور زدن است، پس جهت سرعت تغییر می‌کند و حرکت شتابدار است؛ پس برآیند نیروها مخالف صفر است ($F_{net} = ma \neq 0$)، در نتیجه نیروهای وارد بر جسم متوازن نیستند.

(پ) با توجه به این که هواپیما در ارتفاع ثابت از سطح زمین و با سرعت ثابت در حال حرکت است، بنابراین شتاب حرکت آن صفر است؛ پس برآیند نیروهای وارد بر آن نیز صفر است. بنابراین نیروهای وارد بر هواپیما در این حالت متوازن هستند.

(ت) در این حالت نیز حرکت شتابدار است، پس ($F_{net} = ma \neq 0$) است.



گزینه درست: ۳

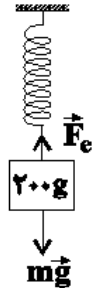
سوال ۵۰

گزینه «۳»

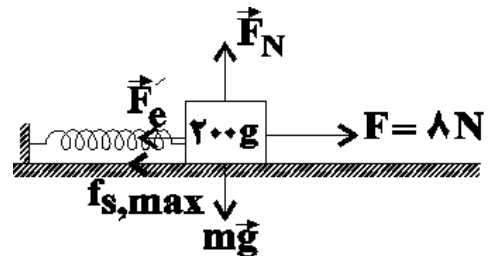
هنگامی که جسم را به طور قائم آویزان می‌کنیم، نیروی وزن و نیروی فنر بر آن وارد می‌شود. با استفاده از قانون دوم نیوتون در راستای قائم داریم:

$$F_{net,y} = 0 \Rightarrow mg - kx = 0 \Rightarrow mg = kx$$

$$\Rightarrow \frac{200}{1000} \times 10 = k \left(\frac{20-16}{100} \right) \Rightarrow k = 50 \frac{N}{m}$$



در حالت دوم هنگامی که جسم بر روی سطح افقی در آستانه حرکت قرار می‌گیرد، به جسم نیروی افقی $\vec{F}$ ، نیروی فنر، نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه، نیروی وزن و نیروی عمودی سطح وارد می‌شود.



جسم در راستای قائم بی‌حرکت است. پس با استفاده از قانون دوم نیوتون در راستای قائم داریم:

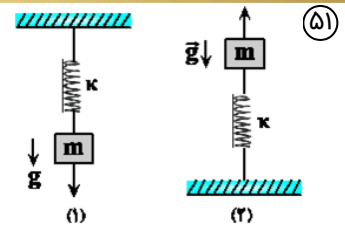
$$F'_{net,y} = 0 \Rightarrow F_N = mg$$

جسم در راستای افقی نیز ساکن است و در آستانه حرکت قرار دارد. پس با استفاده از قانون دوم نیوتون در راستای افقی داریم:

$$F - f_{s,max} - F'_e = 0 \rightarrow F - kx' - f_{s,max} = 0$$

$$\Rightarrow f_{s,max} = 8 - 50 \times \left(\frac{20-16}{100} \right) = 1 N$$

$$\Rightarrow f_{s,max} = \mu_s F_N = \mu_s mg \Rightarrow \mu_s \times \frac{200}{1000} \times 10 = 1 \Rightarrow \mu_s = 0.5$$

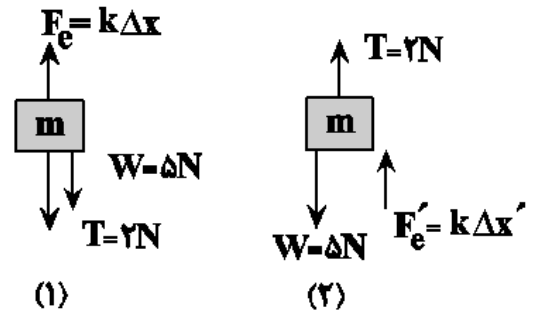


گزینه درست: ۱

سوال ۵۱

گزینه «۱»

در هر دو حالت نیروهای وارد بر جسم را مشخص می‌کنیم:



با توجه به شکل‌های بالا در حالت (۱) فنر کشیده شده و در حالت (۲) فنر فشرده شده است.

$$\text{حالت ۱} \Rightarrow T + W = k\Delta x \xrightarrow{T=2N, W=\Delta N, K=\Delta \frac{N}{m}}$$

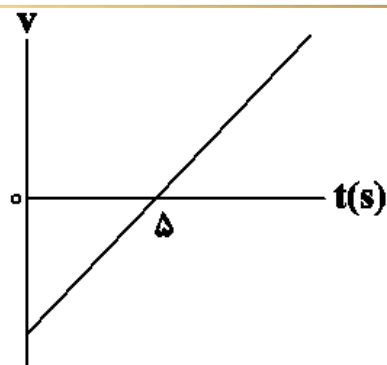
$$V = \Delta \Delta x$$

$$\Rightarrow \frac{V}{\Delta \Delta x} m = 14 \text{ cm}$$

$$\text{حالت ۲} \Rightarrow F'_e + T = W \xrightarrow{T=2N, W=\Delta N, F'_e=k\Delta x'}$$

$$\xrightarrow{K=\Delta \frac{N}{m}} \Delta x' = \frac{-3}{\Delta \Delta x} m = -6 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \Delta x - \Delta x' = 14 - (-6) = 14 + 6 = 20 \text{ cm}$$



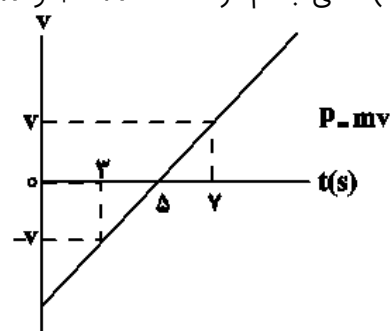
گزینه درست: ۳

سوال ۵۲

گزینه «۳»

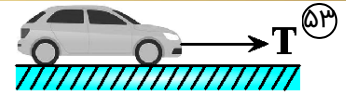
بررسی موارد:

(آ) تندی جسم در لحظات $t_1 = 3s$ و $t_2 = 7s$ یکسان است. بنابراین بزرگی تکانه در این دو لحظه با هم برابر است.



$$\Rightarrow (P_{rs}) = |P_{vs}|$$

(ب) نسبت تغییر تکانه به مدت زمان برابر با نیروی خالص وارد بر جسم است چون طبق نمودار سرعت - زمان، شتاب ثابت است، مطابق قانون دوم نیوتون $F_{net} = ma$ نیروی خالص و همچنین آهنگ تغییر تکانه در هر بازه زمانی یکسان است.
 (پ) چون با توجه به توضیحات بالا حرکت شتاب ثابت است نیروی خالص وارد بر جسم در هر لحظه یکسان است.
 (ت) نیروی اصطکاک برای جسمی که روی سطح افقی حرکت می‌کند در خلاف جهت حرکت جسم به آن وارد می‌شود. مطابق نمودار سرعت - زمان در ۵ ثانیه اول حرکت نیروی اصطکاک در جهت مثبت محور x و پس از آن نیروی اصطکاک در جهت منفی محور x به جسم وارد می‌شود.



گزینه درست: ۴

سوال ۵۳

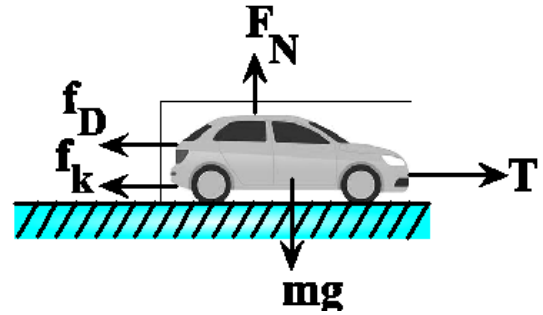
گزینه «۴»

ابتدا شتاب حرکت خودرو را می‌یابیم. به همین منظور از رابطه محاسبه سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت استفاده می‌کنیم:

$$v_{av} = \frac{v+v_0}{2} \xrightarrow{v_0=0, t=1s} v_{av} = \frac{at+v_0}{2}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{1}{2}at + v_0 \xrightarrow{v_{av}=\frac{m}{s}} \frac{1}{2}a \times 1 \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

اکنون با استفاده از قانون دوم نیوتون، نیروی کشش طناب (T) را می‌یابیم:



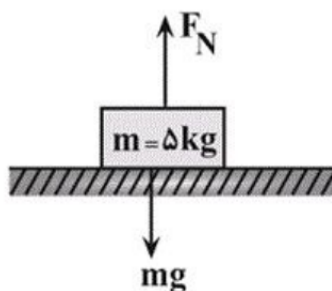
$$F_{net} = 0 \Rightarrow T - f_k - f_D = ma$$

$$\xrightarrow{f_k=500N, f_D=200N} T - 500 - 200 = 1200 \times 2$$

$$\xrightarrow{m=1200kg, a=2 \frac{m}{s^2}} \Rightarrow T = 3000N$$

گزینه «۳»

ابتدا $f_{s,max}$ و f_K فرامی یابیم. چون جسم در راستای قائم حرکت نمی کند، F_{nety} است، لذا داریم:



$$F_{net} = 0 \Rightarrow F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = mg = 50N$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \xrightarrow{\mu_s = \frac{1}{10}} f_{s,max} = \frac{1}{10} \times 50 = 5N$$

$$f_K = \mu_K F_N \xrightarrow{\mu_K = \frac{1}{100}} f_K = \frac{1}{100} \times 50 = 0.5N$$

باتوجه به اندازه $f_{s,max}$ و f_K ، متوجه می شویم، اگر نیروی افقی $4N$ به جسم وارد شود جسم ساکن می ماند. زیرا اندازه این نیرو کوچکتر از $f_{s,max} = 5N$ است. بنابراین عبارت «الف» نادرست است. اگر نیروی افقی $5N$ به جسم وارد شود، جسم در آستانه حرکت قرار می گیرد و با ضربه ای شروع به حرکت می کند. در این حالت شتاب جسم برابر با $\frac{1}{2} \frac{m}{s^2}$ می گردد. زیرا:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_K = ma \xrightarrow{\substack{F=5N=5Kg \\ f_K=FN}} \rightarrow$$

$$F_{net} = 5 - 0.5 = 4.5N \Rightarrow a = \frac{1}{2} \frac{m}{s^2}$$

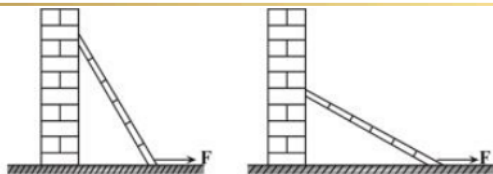
بنابراین، عبارت «ب» درست است.

اگر به جسم نیروی افقی $10N$ وارد شود، شتاب جسم $\frac{1}{2} \frac{m}{s^2}$ می شود. زیرا:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_K = ma \xrightarrow{F=10N} F_{net} = 10 - 0.5 = 9.5N \Rightarrow a = \frac{1}{2} \frac{m}{s^2}$$

بنابراین، عبارت «پ» درست است.

همانطور که در عبارت «پ» بررسی شد، اگر نیروی افقی $10N$ به $5N$ کاهش یابد، شتاب حرکت از $\frac{1}{2} \frac{m}{s^2}$ به $\frac{1}{2} \frac{m}{s^2}$ می رسد. بنابراین، چون شتاب جسم هم چنان در جهت حرکت است، تندی جسم در حال افزایش است، لذا عبارت «ت» نادرست است. بنابراین، عبارت های «الف» و «ت» نادرست اند.



شکل (B)

شکل (A)

گزینه درست: ۳

سوال ۵۵

گزینه «۳»

چون نردبان در آستانه سرخوردن است، برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است.
بنابراین:

$$F_{net} = 0 \Rightarrow F_{N_y} = mg = 50 \times 10 = 500 \text{ N}$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_{N_y} = \frac{3}{10} \times 500 = 150 \text{ N}$$

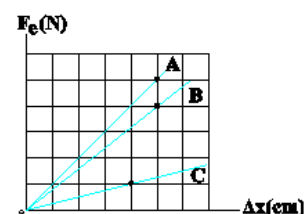
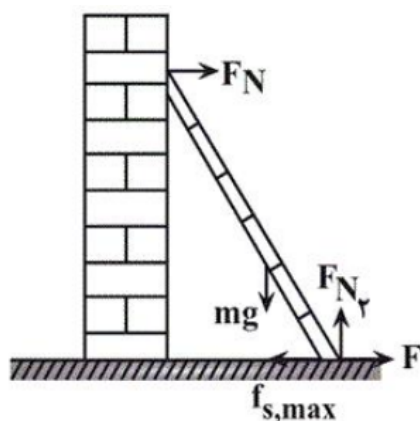
$$\text{شکل A: } F_{netx} = 0 \Rightarrow F_1 + F_N = f_{s,max} \xrightarrow{F_1 = F \cos \theta}$$

$$30 + F_N = 150 \Rightarrow F_N = 120 \text{ N}$$

$$\text{شکل B: } F_{netx} = 0 \Rightarrow F_f + F'_N = 150 \Rightarrow F'_N = 120 \text{ N}$$

در آخر داریم:

$$\frac{F'_N}{F_N} = \frac{120}{160} = \frac{3}{4}$$



گزینه درست: ۴

سوال ۵۶

گزینه «۴»

با توجه به این که شیب نمودار نیروی کشسانی بر حسب تغییرات طول فنر برابر با ثابت فنر است، ابتدا با توجه به نمودار رسم شده، ثابت فنرها را به دست می آوریم:

$$k_A = \frac{F_{eA}}{x_A} \Rightarrow k_A = \frac{5}{5} = 1 \frac{\text{N}}{\text{cm}}, k_B = \frac{F_{eB}}{x_B} = \frac{4}{5} \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

$$, k_C = \frac{F_{eC}}{x_C} = \frac{1}{5} \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

اکنون، با توجه به این که نیروی کشسانی هر سه فنر یکسان است، می توان نوشت:

$$F_e = kx = k_A x_A = k_B x_B = k_C x_C$$

$$\Rightarrow \frac{x_B}{x_A} = \frac{k_A}{k_B} \xrightarrow{x_A = 5 \text{ cm}, k_A = 1 \frac{\text{N}}{\text{cm}}, k_B = \frac{4}{5} \frac{\text{N}}{\text{cm}}} \frac{x_B}{5} = \frac{1}{4} \Rightarrow x_B = 12.5 \text{ cm}$$

$$\frac{x_C}{x_A} = \frac{k_A}{k_C} \xrightarrow{x_A = 5 \text{ cm}, k_C = \frac{1}{5} \frac{\text{N}}{\text{cm}}, k_A = 1 \frac{\text{N}}{\text{cm}}} \frac{x_C}{5} = \frac{1}{1} \Rightarrow x_C = 5 \text{ cm}$$

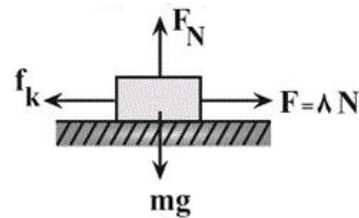


گزینه درست: ۲

سوال ۵۷

گزینه «۲»

ابتدا با استفاده از قانون دوم نیوتون شتاب حرکت جسم را قبل از قطع نیروی F می‌یابیم و به دنبال آن سرعت جسم را در پایان مسافت ۶۰cm حساب می‌کنیم. این سرعت، در لحظه قطع نیروی F برابر سرعت اولیه جسم در ادامه حرکت است.



$$F_N = mg$$

$$f_k = \mu_k \cdot F_N \longrightarrow f_k = \mu_k mg$$

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow F - \mu_k mg = ma \xrightarrow{F=8N, \mu_k=0.3}$$

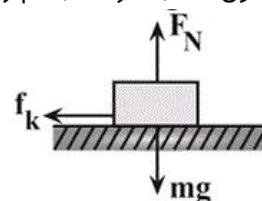
$$m=1\text{kg}, g=10 \xrightarrow{m=1\text{kg}, g=10} \frac{N}{kg}$$

$$8 - 0.3 \times 1 \times 10 = 1 \times a \Rightarrow 5 = 1a \Rightarrow a = 5 \frac{m}{s^2}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v_0=0, \Delta x=0.6\text{m}=0.6\frac{m}{s^2}}$$

$$a=5 \frac{m}{s^2}$$

اکنون شتاب حرکت جسم را بعد از قطع نیروی F می‌یابیم:



$$F'_{net} = ma' \Rightarrow 0 - f_k = ma' \Rightarrow -\mu_k mg = ma' \xrightarrow{\mu_k=0.3}$$

$$-0.3 \times 1 \times 10 = a' \Rightarrow a' = -3 \frac{m}{s^2}$$

در آخر، مسافت توقف را بعد از قطع نیروی F می‌یابیم:

$$v'^2 - v_0'^2 = 2a'\Delta x' \xrightarrow{v'=0, v_0'=v=\sqrt{10} \frac{m}{s^2}}$$

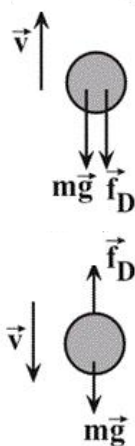
$$a'=-3 \frac{m}{s^2}$$

$$0 - 10 = 2 \times (-3) \times \Delta x'$$

$$\Rightarrow \Delta x' = 5/3 \text{m} = 1.67\text{m}$$

گزینه «۳»

به گلوله دو نیروی وزن و نیروی مقاومت هوا وارد می‌شود. هنگامی که گلوله به طرف بالا می‌رود، هر دو نیرو رو به پایین و هنگامی که پایین می‌رود، نیروی مقاومت هوا رو به بالا و نیروی وزن رو به پایین است. بنابراین با توجه به شکل‌های زیر و قانون دوم نیوتون، ابتدا شتاب گلوله را در هر مرحله می‌یابیم: (جهت مثبت را به سمت پایین در نظر می‌گیریم.)



$$F_{net1} = ma_1 \Rightarrow mg + f_D = ma_1 \Rightarrow a_1 = \left(g + \frac{f_D}{m}\right)$$

$$F_{net2} = ma_2 \Rightarrow mg - f_D = ma_2 \Rightarrow a_2 = g - \frac{f_D}{m}$$

اکنون با استفاده از رابطه $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$ ، f_D را به صورت زیر می‌یابیم. برای حالت بالا رفتن، تندی اولیه گلوله v_1 و تندی آن در انتهای مسیر صفر است. بنابراین داریم:

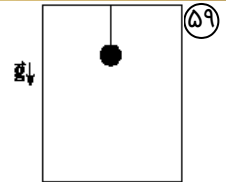
$$v^2 = v_0^2 + 2a_1 \Delta x \xrightarrow[v_0=0, v_1=-v_1]{\Delta x=-h} 0 = (-v_1)^2 + 2a_1(-h) \Rightarrow v_1^2 = 2ah_1 \quad (1)$$

برای حالت پایین رفتن، تندی اولیه گلوله صفر و تندی برخورد آن به زمین برابر $v = \frac{v_1}{2}$ است. در این حالت داریم:

$$v^2 = v_0^2 + 2a_2 \Delta x \xrightarrow[v_0=0, \Delta x=h]{v=\frac{1}{2}v_1} \frac{1}{4}v_1^2 = 0 + 2a_2 h \Rightarrow v_1^2 = 8a_2 h \quad (2)$$

با استفاده از رابطه‌های (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{aligned} (1), (2) \rightarrow 2a_1 h &= 8a_2 h \Rightarrow a_1 = 4a_2 \xrightarrow{a_1 = g + \frac{f_D}{m}, a_2 = g - \frac{f_D}{m}} \\ g + \frac{f_D}{m} &= 4\left(g - \frac{f_D}{m}\right) \Rightarrow g + \frac{f_D}{m} = 4g - \frac{4f_D}{m} \\ \Rightarrow \frac{5f_D}{m} &= 3g \xrightarrow{m=0.1kg, g=10 \frac{N}{kg}} \frac{5f_D}{0.1} = 3 \times 10 \Rightarrow f_D = \frac{3}{5} N \end{aligned}$$



گزینه درست: ۱

سوال ۵۹

گزینه «۱»

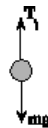
ابتدا مسافتی که آسانسور در هر مرحله طی می‌کند به دست می‌آوریم:

$$h_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 \xrightarrow[t_1 = 3s]{a_1 = \frac{m}{s^2}} h_1 = 9m$$

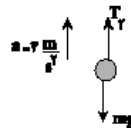
$$h_2 = v t_2 \xrightarrow[t_2 = 3s]{v = a_1 t_1 = \frac{m}{s} \times 3 = \frac{3m}{s}} h_2 = 6 \times 3 = 12m$$

$$h_3 = \frac{1}{2} a_2 t_3^2 \xrightarrow[t_3 = \frac{v}{a_2} = \frac{3}{\frac{m}{s^2}} = \frac{3s}{m}]{a_2 = \frac{m}{s^2}} h_3 = \frac{1}{2} \times \frac{m}{s^2} \times \left(\frac{3s}{m}\right)^2 = \frac{9}{2}m$$

بنابراین در فاصله ۱۰ متری از نقطه شروع حرکت، آسانسور با تندی ثابت در حال حرکت است و در فاصله ۲۵ متری مبدأ حرکت، با شتاب $\frac{m}{s^2}$ به صورت کندشونده و به سمت پایین در حال حرکت است. با نوشتن قانون دوم نیوتون در دو مرحله داریم:



تندی ثابت: $F_{nety} = 0 \Rightarrow T_1 = mg \Rightarrow T_1 = 0/2 \times 10 = 2N$ (*)



حرکت کندشونده: $F_{net} = ma \Rightarrow T_2 - mg = ma$

$$\Rightarrow T_2 = m(g + a) \xrightarrow[m = 2 \times 10 = 20kg]{g = 10 \frac{N}{kg}, a = \frac{m}{s^2}}$$

$$\Rightarrow T_2 = 0/2(10 + \frac{m}{s^2}) = 2/8N(2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} T_2 - T_1 = 0/8N$$



گزینه درست: ۴

سوال ۶۰

گزینه «۴»

ابتدا جرم توپ را به دست می‌آوریم:



$$W = mg \Rightarrow m = \frac{w}{g} = \frac{3/6}{10} = 0/36kg$$

نیروی خالص وارد بر توپ در بالاترین نقطه مسیر حرکتش، برابر است با:

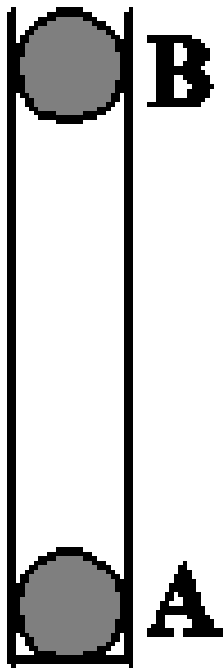
$$\vec{F}_{net} = f_D(-\vec{i}) + w(-\vec{j}) \Rightarrow F_{net} = \sqrt{f_D^2 + w^2}$$

$$\xrightarrow{F_{net}=ma} ma = \sqrt{f_D^2 + w^2} \xrightarrow[a = \frac{v_0}{s^2}]{m = 0/36kg}$$

$$0/36 \times \frac{20}{s^2} = \sqrt{f_D^2 + 3/6^2}$$

$$f_D^2 = \sqrt{4/5^2 - 3/6^2} = 0/9\sqrt{5^2 - 3^2}$$

$$= 0/9 \times 3 = 2/7N \Rightarrow \vec{f}_D = (-2/7N)\vec{i}$$

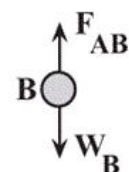


گزینه درست: ۲

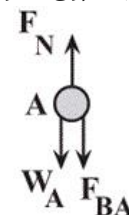
سوال ۶۱

گزینه «۲»

نیرویی که از طرف ظرف به گوی A وارد می‌شود، به سمت بالا است. بنابراین عکس‌العمل آن، نیرویی است که از طرف گوی A به ظرف و به طرف پایین وارد می‌شود.
از طرفی به گوی ۳، نیرو وارد می‌شود:
(۱) نیروی الکتریکی که از طرف گوی B به سمت پایین به آن وارد می‌شود. (F_{BA})



(۲) نیروی عمودی سطح که از طرف ظرف به سمت بالا وارد می‌شود. (F_N)



(۳) نیروی وزن که به سمت پایین وارد می‌شود. (W_A)
با توجه به این‌که گوی A و B در حال تعادل هستند، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} F_{AB} = W_B \\ F_N = W_A + F_{BA} \end{cases} \Rightarrow F_N = W_B + W_A$$

بنابراین نیروی عکس‌العمل سطح (F_N) از وزن گوی B (W_B) بیشتر است.

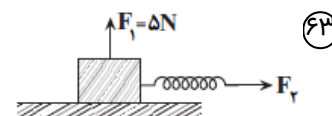
گزینه «۱»

چون نیروی مقاومت هوا برای دو گلوله یکسان است، اگر نیروی مقاومت هوا را $\vec{f}_D$ بنامیم خواهیم داشت:

$$mg - f_D = ma \Rightarrow a = g - \frac{f_D}{m}$$



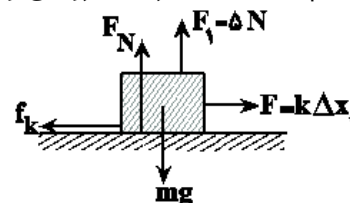
این رابطه نشان می‌دهد که جسم سنگین‌تر با شتاب بیشتری حرکت می‌کند و رابطه $v^2 = 2a\Delta x$ نشان می‌دهد، گلوله‌ای که شتاب بیشتری دارد، با تندی بیشتری به زمین می‌رسد. بنابراین طبق رابطه $k = \frac{1}{2}mv^2$ ، انرژی جنبشی جسم سنگین‌تر در برخورد به زمین بیشتر است (چون هم سرعت و هم جرم آن بیشتر است)، طبق رابطه $h = \frac{1}{2}at^2$ ، گلوله‌ای که شتاب حرکت آن بیشتر است در مدت زمان کمتری به سطح زمین می‌رسد، پس کمیت الف، ب و ت برای گلوله سنگین‌تر، بزرگ‌تر است.



۶۳

گزینه «۳»

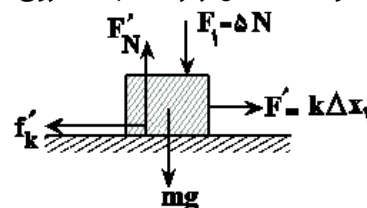
مطابق شکل، ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم و به دنبال آن تغییر طول فنر را در دو حالت می‌یابیم. چون سرعت جسم ثابت است. برآیند نیروهای وارد بر آن صفر می‌باشد، بنابراین برای حالت اول داریم:



$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow{F_N = mg - F_1} f_k = \mu_k (mg - F_1)$$

$$F_{net} = 0 \Rightarrow F - f_k = 0 \Rightarrow F = f_k \Rightarrow k\Delta x_1 = \mu_k (mg - F_1) \quad (1)$$

با توجه به شکل زیر که جهت نیروی F_1 برعکس می‌شود، برای حالت دوم داریم:



$$f'_k = \mu_k F'_N \xrightarrow{F'_N = mg + F_1} f'_k = \mu_k (mg + F_1)$$

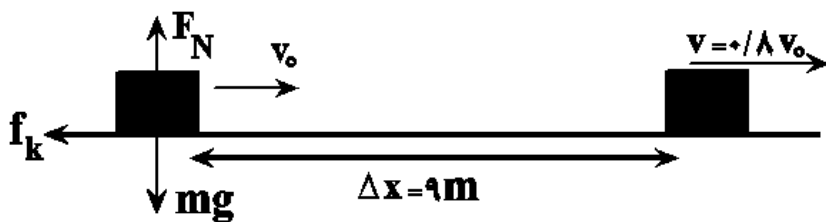
$$F_{net} = 0 \Rightarrow F' = f'_k \Rightarrow k\Delta x_2 = \mu_k (mg + F_1) \quad (2)$$

از رابطه‌های (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{aligned} \frac{k\Delta x_1}{k\Delta x_2} &= \frac{\mu_k(mg - F_1)}{\mu_k(mg + F_1)} \Rightarrow \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{mg - F_1}{mg + F_1} \xrightarrow{\Delta x_1 = \ell_1 - \ell_0} \xrightarrow{\Delta x_2 = \ell_2 - \ell_0} \\ \frac{\ell_1 - \ell_0}{\ell_2 - \ell_0} &= \frac{mg - F_1}{mg + F_1} \xrightarrow{\ell_0 = 20 \text{ cm}, \ell_1 = 26 \text{ cm}} \xrightarrow{m = 2 \text{ kg}, F_1 = 5 \text{ N}} \frac{26 - 20}{\ell_2 - 20} = \frac{20 - 5}{20 + 5} \\ \Rightarrow \frac{6}{\ell_2 - 20} &= \frac{15}{25} \Rightarrow \ell_2 - 20 = 6 \Rightarrow \ell_2 = 26 \text{ cm} \end{aligned}$$

گزینه «۳»

با کاهش ۲۰ درصدی تندی جسم، بعد از مسافت ۹m، تندی آن به $v = v_0 - 0.2v_0 = 0.8v_0$ می‌رسد. بنابراین ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. پس از محاسبه شتاب، با استفاده از معادله مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت، سرعت اولیه را می‌یابیم:

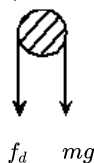


$$F_{net} = ma \Rightarrow 0 - f_k = ma \xrightarrow{f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg} -\mu_k mg = ma \xrightarrow{\mu_k = 0.2} -0.2 \times 10 = a \Rightarrow a = -2 \frac{m}{s^2}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v = 0.8v_0, \Delta x = 9m} 0.64v_0^2 - v_0^2 = 2 \times (-2) \times 9 \Rightarrow 36 = 0.36v_0^2 \Rightarrow v_0^2 = 100 \Rightarrow v_0 = 10 \frac{m}{s}$$

گزینه «۳»

در مسیر رفت نیروی مقاومت هوا به سمت پایین به گلوله وارد می‌شود و در مسیر برگشت نیروی مقاومت هوا به سمت بالا به گلوله وارد می‌شود. با در نظر گرفتن جهت مثبت حرکت به سمت پایین و نوشتن قانون دوم نیوتون داریم:



$$\text{برگشت } f_d + mg = ma \Rightarrow \text{رفت } a = g + \frac{f_d}{m} \quad (I)$$

$$\text{رفت } mg - f_d = ma \Rightarrow \text{برگشت } a = g - \frac{f_d}{m} \quad (II)$$

برگشت $a >$ رفت $I, II \Rightarrow$

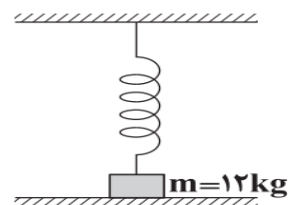
چون شتاب رفت بزرگتر از شتاب برگشت است و مسافت طی شده در مسیر رفت و برگشت یکسان است. بنابراین رابطه مکان - زمان، مدت زمان رفت کوچکتر از زمان برگشت است.

$$h = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow \frac{t^2}{t'^2} = \frac{a}{a'} \Rightarrow \frac{a}{a'} > 1 \Rightarrow \frac{t^2}{t'^2} < 1 \Rightarrow t < t'$$

اکنون با توجه به رابطه $s_{av} = \frac{h}{\Delta t}$ چون مسافت طی شده توسط گلوله در مسیر رفت و برگشت یکسان است، پس داریم:

$$s_{av} = \frac{h}{t} \Rightarrow \frac{s_{av}}{s'_{av}} = \frac{t'}{t} \xrightarrow{t < t'} s_{av} > s'_{av}$$

$$g = 10 \frac{N}{kg}$$



گزینه درست: ۲

سوال ۶۶

گزینه «۲»

مطابق شکل، چون مجموعه جسم و فنر در حال تعادل است، برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است. بنابراین داریم:

$$F_{net} = 0 \Rightarrow F_N + F_e - mg = 0$$

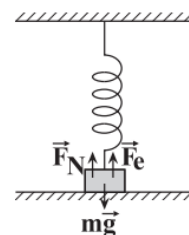
$$\xrightarrow{F_e = kx} F_N = mg - kx$$

$$\xrightarrow{m = 12 kg}$$

$$k = 200 \frac{N}{m}, x = 30 cm = 0.3 m$$

$$F_N = 12 \times 10 - 200 \times 0.3$$

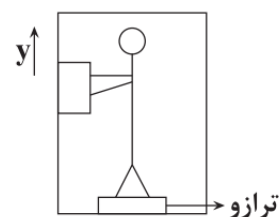
$$\Rightarrow F_N = 120 - 60 \Rightarrow F_N = 60 N$$



طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که جسم به سطح وارد می‌کند از نظر مقدار برابر است با نیرویی که سطح

بر جسم وارد می‌کند. یعنی:

$$F'_{N} = F_N = 60 N$$

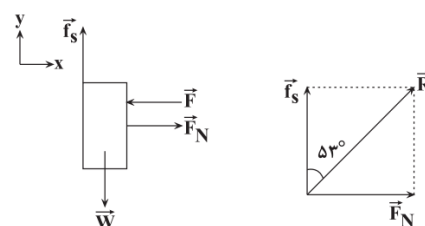


گزینه درست: ۱

سوال ۶۷

گزینه «۱»

به کتاب ۴ نیرو وارد می‌شود.



نیروی عکس‌العمل وارد بر آن از طرف دیوار آسانسور برآیند نیروی اصطکاک و نیروی عمودی سطح است.

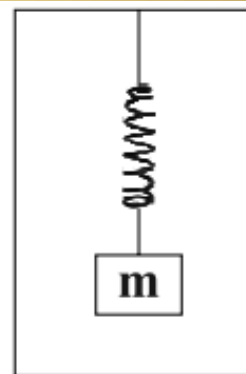
$$\frac{F_N}{f_s} = \tan 53^\circ \xrightarrow{\frac{F_N = F = 12 N}{\tan 53^\circ = \frac{4}{3}}} f_s = 12 \times \frac{3}{4} = 9 N$$

چون $W = 1/5 \times 10 = 15 N > f_s$ بنابراین شتاب حرکت کتاب و آسانسور به سمت پایین است با استفاده از قانون دوم نیوتون شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$f_s - W = ma \Rightarrow 9 - 15 = 1/5 a \Rightarrow a = \frac{-6}{1/5} = -4 \frac{m}{s^2}$$

با توجه به این که شتاب حرکت آسانسور به سمت پایین است وزن ظاهری شخص برابر است با:

$$W_{\text{ظاهری}} = M(g - |a|) = 60(10 - 4) = 360 N$$



گزینه درست: ۳

سوال ۶۸

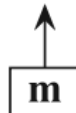
گزینه «۳»

به جسم دو نیرو وارد می‌شود:

۱- نیروی فنر ۲- نیروی وزن ($W = mg$)

درحالتی که آسانسور با تندی ثابت به سمت پایین در حال حرکت است، برابندی نیروهای وارد بر آن صفر است. بنابراین داریم:

$$F_e = k\Delta L$$



$$W = mg$$

$$k\Delta L = mg \xrightarrow{\Delta L = \frac{1}{2}L_0} \frac{1}{2}kL_0 = mg \\ \Rightarrow kL_0 = 10mg$$

پس از آن که حرکت آسانسور با شتاب ثابت ادامه می‌یابد، چون $\Delta L' < \Delta L$ ، بنابراین $F_e' < mg$ می‌باشد، لذا برابندی نیروها، یعنی $F_{net}' = mg - F_e'$ ، در جهت حرکت آسانسور است، در نتیجه حرکت شتاب‌دار تندشونده خواهد بود و اندازه شتاب آن برابر است با:

$$F_e' = k\Delta L'$$



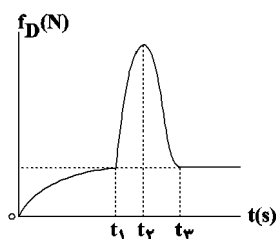
$$W = mg$$

$$mg - F_e' = ma$$

$$\xrightarrow{\substack{F_e' = \frac{1}{2}kL_0 \\ kL_0 = 10mg}} mg - \frac{1}{2} \times 10mg = ma$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mg = ma \Rightarrow a = \frac{1}{2}g$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{2} \times 10 = 5 \frac{m}{s^2}$$



گزینه درست: ۱

سوال ۶۹

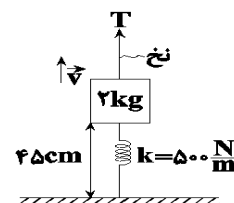
گزینه «۱»

چون چتر باز با تندی حدى به زمین می‌رسد، بنابراین در بازه زمانی که چتر باز با تندی حدى حرکت می‌کند، نیروهای وارد بر آن متوازن است. $(f_D = mg)$ پس در لحظات t_1 و t_3 ، نیروی مقاومت هوای وارد بر چتر باز برابر نیروی وزن آن است. با توجه به این توضیحات به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

(الف) در بازه زمانی صفر تا t_1 چون $f_D < W$ است، پس جهت شتاب به سمت پایین و نوع حرکت تندشونده است. (درست.)
(ب) با توجه به توضیحات بالا در لحظات t_1 و t_3 $f_D = W$ است. بنابراین برآیند نیروهای وارد بر چتر باز در این لحظات صفر است (نیروها متوازن اند) (درست.)

(پ) نوع حرکت متحرک در بازه صفر تا t_1 که $f_D < W$ تندشونده و در بازه t_1 تا t_3 که $f_D > W$ است کندشونده است. به عبارت دیگر در لحظه t_1 تندی چتر باز بیشینه است. (نادرست.)
(ت) تندی چتر باز در لحظه t_1 بیشینه است. (نادرست)

۷۰



گزینه درست: ۴

سوال ۷۰

گزینه «۴»

با توجه به این که جهت سرعت جسم به سمت بالا و نوع حرکت آن کندشونده است، لذا جهت شتاب به سمت پایین است. از طرفی با توجه به این که طول فنر نسبت به حالت عادی، بیش‌تر است، لذا فنر به سمت پایین نیرو وارد می‌کند. بنابراین با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow -F_e - mg + T = ma$$

$$\begin{aligned} F_e &= k\Delta x, k = 500 \frac{N}{m}, m = 2 \text{ kg}, a = -2 \frac{m}{s^2} \\ \Delta x &= 45 - 0 = 45 \text{ cm} = 0.45 \text{ m}, g = 10 \frac{N}{kg} \end{aligned}$$

$$-500 \times \frac{45}{100} - 2 \times 10 + T = 2 \times (-2)$$

$$\Rightarrow T = 41 \text{ N} \Rightarrow \vec{T} = -41 \hat{j} (\text{N})$$

از آن جا که نخ در حال کشش است، بنابراین نیروی وارد بر نخ در محل اتصال آن به جسم، به سمت پایین است.

۷۱

گزینه درست: ۳

سوال ۷۱

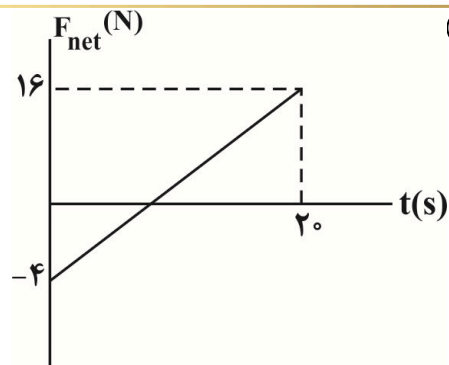
گزینه «۳»

طبق قضیه کار و انرژی جنبشی، کار برآیند نیروهای وارد بر جسم برابر تغییرات انرژی جنبشی آن است. از طرف دیگر، رابطه بین تکانه و انرژی جنبشی به صورت $K = \frac{P^2}{2m}$ است. بنابراین، می‌توان نوشت:

$$W_t = K_2 - K_1 \xrightarrow{K = \frac{P^2}{2m}} W_t = \frac{P_2^2}{2m} - \frac{P_1^2}{2m}$$

$$\Rightarrow W_t = \frac{1}{2m} (P_2^2 - P_1^2) \xrightarrow{P_2 = 15 \frac{kg \cdot m}{s}, W_t = 240 \text{ J}} \xrightarrow{P_1 = 9 \frac{kg \cdot m}{s}}$$

$$240 = \frac{1}{2m} \times (225 - 81) \Rightarrow 240 = \frac{144}{2m} \Rightarrow m = \frac{144}{2 \times 240} = 0.3 \text{ kg}$$



گزینه درست: ۲

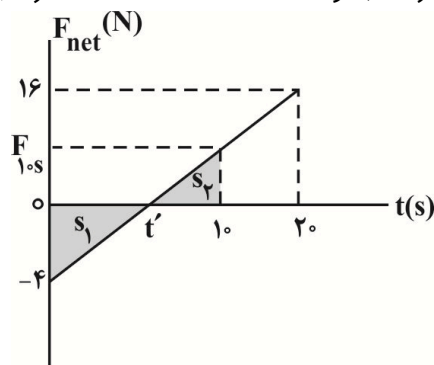
سوال ۷۲

گزینه «۲»

می‌دانیم مساحت سطح محصور بین نمودار نیروی خالص - زمان با محور زمان، برابر تغییر تکانه جسم است. بنابراین، با توجه به این نکته به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم.

الف) نادرست است. متحرک در لحظه‌ای تغییر جهت می‌دهد که تکانه آن صفر شود و تغییر علامت بدهد. چون در این جا، تکانه اولیه مجهول است، بنابراین نمی‌توان لحظه تغییر جهت را مشخص نمود.

ب) درست است. با توجه به نمودار زیر و محاسبات انجام شده، تغییر تکانه جسم برابر با $10 \frac{kg.m}{s}$ به دست می‌آید. در این قسمت از تشابه و مساحت مثلث‌ها استفاده کرده‌ایم:



$$\frac{16}{F} = \frac{20 - t'}{t'} \Rightarrow F t' = 20 - t' \Rightarrow 5 t' = 20 \Rightarrow t' = 4s$$

$$\frac{F_{10s}}{F} = \frac{10 - t'}{t'} \xrightarrow{t' = 4s} \frac{F_{10s}}{F} = \frac{10 - 4}{4} \Rightarrow F_{10s} = 6N$$

$$\Delta P = s_2 + s_1 = \frac{F_{10s} \times 6}{F} + \left(\frac{-4 \times 4}{F} \right) \Rightarrow \Delta P = \frac{6 \times 6}{F} - \frac{16}{F} = 10 \frac{kg.m}{s}$$

پ) نادرست است. طبق رابطه $\Delta K = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$ یا $\Delta K = \frac{1}{2} m (P_2^2 - P_1^2)$ برای محاسبه تغییر انرژی جنبشی به جرم و تکانه اولیه نیاز داریم که هر دو مجهول‌اند.

ت) درست است. در لحظه $t = 4s$ ، نیروی خالص وارد بر جسم معلوم و برابر صفر است، در نتیجه طبق رابطه $F_{net} = ma$ ، شتاب جسم در این لحظه نیز صفر می‌باشد.

بنابراین، از ۴ کمیت داده شده، تعداد ۲ کمیت را می‌توان برای این جسم به دست آورد.

گزینه «۲»

چون تابع p تابعی درجه دوم است، تابع سرعت متحرک نیز تابعی درجه دوم خواهد بود و در نتیجه شتاب متحرک متغیر می‌باشد.

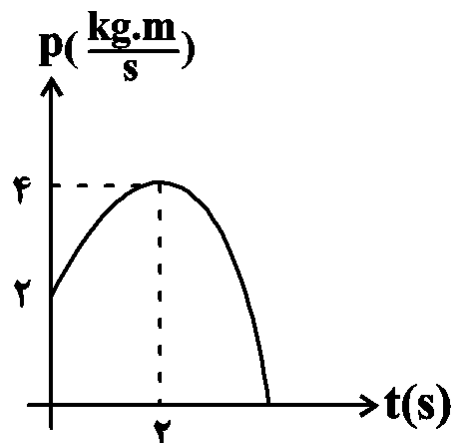
نمودار $p-t$ را رسم می‌کنیم. هرگاه از محور زمان دور شود، نوع حرکت تندشونده و هرگاه به آن نزدیک شود، نوع حرکت کندشونده می‌باشد.

$$t = 0 \Rightarrow p_0 = 2 \frac{kg.m}{s}$$

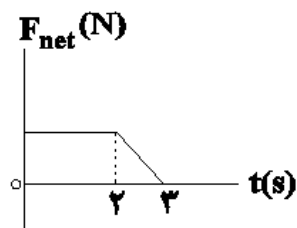
$$t = \frac{-b}{a} = \frac{-2}{2 \times (-\frac{1}{2})} \Rightarrow t = 2s$$

$$\xrightarrow{t=2s} p = (-\frac{1}{2} \times 2^2) + (2 \times 2) + 2 \Rightarrow p = 4 \frac{kg.m}{s}$$

نمودار تکانه بر حسب زمان متحرک مطابق با شکل زیر خواهد بود:

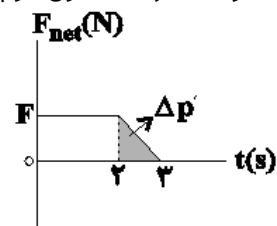


پس حرکت متحرک ابتدا تندشونده و سپس کندشونده خواهد بود.



گزینه «۲»

با توجه به رابطه قانون دوم نیوتون بر حسب تکانه در ۳ ثانیه اول حرکت داریم:



$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow \Delta p = F_{av} \Delta t = 125 \times 3 = 375 N.s$$

می‌دانیم که مساحت محصور بین نمودار نیرو - زمان و محور زمان در یک بازه زمانی معین برابر با تغییرات تکانه در همان بازه است. پس داریم:

$$\frac{(3+2)F}{2} = 375 \rightarrow 5F = 750 \rightarrow F = 150 N$$

بزرگی تغییرات تکانه در مدت زمان ۲ تا ۳ ثانیه برابر با مساحت نشان داده شده در شکل است.

$$\Delta P' = \frac{1 \times 150}{2} = 75 kg \frac{m}{s}$$

گزینه «۴»

آ) درست است. چون نیروی الکتریکی وارد بر ذره باردار در میدان الکتریکی در راستای خطوط میدان است. برای ذره‌ای که عمود بر خطوط میدان حرکت می‌کند، $\theta = 90^\circ$ می‌باشد، بنابراین، طبق رابطه $W = F \cos \theta \cdot d$ ، کار نیروی الکتریکی صفر است. (ب) درست است. در میدان مغناطیسی، نیروی مغناطیسی همواره عمود بر سرعت ذره می‌باشد، لذا زاویه بین نیرو و جابه‌جایی $\theta = 90^\circ$ می‌باشد، بنابراین، $W = F \cos 90^\circ \times d = 0$ است. (پ) درست است. اگر ذره باردار هم‌جهت با خطوط میدان مغناطیسی حرکت کند، $F = 0$ است، لذا، طبق رابطه $W = F \cos \theta \cdot d$ ، کار نیروی مغناطیسی صفر می‌باشد. (ت) درست است. چون جسم روی سطح پرتاب شده و با تندی ثابت حرکت می‌کند، لذا نیروی اصطکاک وجود ندارد، در نتیجه نیروی واکنش سطح برابر F_N می‌باشد که بر جابه‌جایی عمود است. در این حالت $W = F \cos 90^\circ \times d = 0$ است.

گزینه «۱»

برای محاسبه کار انجام شده می‌توانیم از قضیه کار و انرژی جنبشی استفاده کنیم. به همین منظور ΔK را از رابطه $\Delta K = K_2 - K_1 = \frac{P_2^2}{2m} - \frac{P_1^2}{2m}$ به دست می‌آوریم. بنابراین، ابتدا تبدیل یکاهای تکانه‌ها را انجام می‌دهیم:

$$P_1 = 3 mN \cdot Ms \xrightarrow[M=10^{-6}]{m=10^{-3}} P_1 = 3 \times 10^{-3} \times 10^6 N \cdot s = 3 \times 10^3 N \cdot s$$

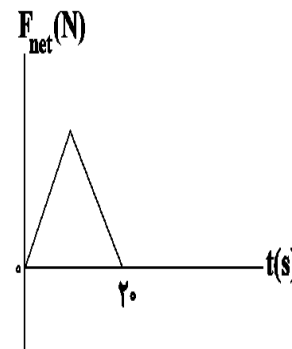
$$P_2 = 500 \frac{kg \cdot hm}{das} \xrightarrow[da=10^{-8}]{h=10^{-7}} P_2 = 500 \times 10^2 \times 10^{-1} \frac{kg \cdot m}{s} = 5 \times 10^3 \frac{kg \cdot m}{s}$$

اکنون، کار کل انجام شده را حساب می‌کنیم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = \frac{P_2^2}{2m} - \frac{P_1^2}{2m} \Rightarrow W_t = \frac{1}{2m} (P_2^2 - P_1^2)$$

$$\xrightarrow{m=2 \text{ ton} = 2 \times 10^3 kg} W_t = \frac{1}{2 \times 2 \times 10^3} \times (25 \times 10^6 - 9 \times 10^6)$$

$$\Rightarrow W_t = \frac{16 \times 10^6}{4 \times 10^3} = 4 \times 10^3 J = 4 kJ$$



گزینه «۱»

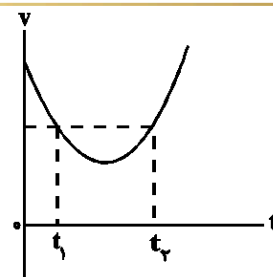
می‌دانیم مساحت محصور بین نمودار نیروی خالص - زمان و محور زمان برابر با تغییر تکانه (ΔP) است. با توجه به بردار سرعت اولیه و نهایی جسم، تغییر تکانه در ۲۰ ثانیه اول حرکت برابر است با:

$$\Delta P = P_{t=20s} - P_0 \xrightarrow[P_0 = 0]{P = mv, v_2 = 12 \frac{m}{s}} \Delta P = 0/5 \times (12 - (-10))$$

$$\xrightarrow{m=0/5 kg, v_1 = -10 \frac{m}{s}} S = \Delta P = \frac{F_{max} \times t_0}{2} \Rightarrow \Delta P = 11 \frac{kg \cdot m}{s} \xrightarrow{F_{max} = \frac{11}{10}} F_{max} = \frac{11}{10} = 1/1 N$$

$$\xrightarrow{a_{max} = \frac{F_{max}}{m}} a_{max} = \frac{1/1}{0/5 kg} = \frac{1/1}{1/2} = 2/2 \frac{m}{s^2}$$

(۷۸)



گزینه درست: ۳

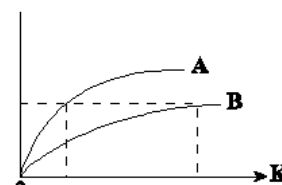
سوال ۷۸

گزینه «۳»

در لحظات t_1 و t_2 متحرک در جهت مثبت در حال حرکت است، بنابراین نیروی اصطکاک در خلاف جهت حرکت جسم (در جهت منفی) به جسم وارد می‌شود.

P

(۷۹)

 nK $(n + 5)K$

گزینه درست: ۱

سوال ۷۹

گزینه «۴»

ابتدا دوره نوسان‌های آونگ در سطح زمین را به دست می‌آوریم. با توجه به نمودار مکان - زمان $A = 1 \text{ cm}$ و در لحظه $t = \frac{1}{5} \text{ s}$ مکان نوسانگر برابر $x = -\sqrt{3} \text{ cm}$ و از نقطه تعادل در حال دور شدن است. بنابراین داریم:

$$x = A \cos \omega t$$

$$\begin{aligned} A = 1 \text{ cm}, t = \frac{1}{5} \text{ s} \\ x = -\sqrt{3} \text{ cm} \end{aligned} \rightarrow -\sqrt{3} = 1 \cos(\omega \times \frac{1}{5})$$

$$\Rightarrow \cos(\omega \times \frac{1}{5}) = -\frac{\sqrt{3}}{1} \xrightarrow{\cos \frac{5\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}} \omega \times \frac{1}{5} = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow \omega = 5\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega \times \frac{1}{5} = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow \omega = 5\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 5\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0.4 \text{ s}$$

اکنون اگر آونگ به فاصله $4R_e$ از سطح زمین منتقل شود، فاصله آن از مرکز زمین برابر با $4R_e + R_e = 5R_e$ خواهد شد و می‌توان نوشت:

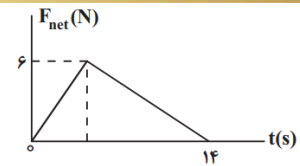
$$g = \frac{GM_e}{r^2} \Rightarrow \frac{g_r}{g_1} = \left(\frac{r_1}{r_r}\right)^2 \xrightarrow{r_1=R_e, r_r=5R_e} \frac{g_r}{g_1} = \left(\frac{R_e}{5R_e}\right)^2 = \frac{1}{25}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \Rightarrow \frac{\omega_r}{\omega_1} = \sqrt{\frac{g_r}{g_1}} = \sqrt{\frac{1}{25}} \Rightarrow \frac{\omega_r}{\omega_1} = \frac{1}{5} \Rightarrow \omega_1 = 5\omega_r$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{T_r}{T_1} = \frac{\omega_1}{\omega_r} \xrightarrow{T_1=0.4 \text{ s}, \omega_1=5\omega_r} \frac{T_r}{0.4} = \frac{5\omega_r}{\omega_r} \Rightarrow T_r = 2 \text{ s}$$

بنابراین آونگ در فاصله $4R_e$ از سطح کره زمین در هر ۲ ثانیه یک نوسان کامل انجام می‌دهد، لذا در مدت یک دقیقه تعداد نوسانات آن برابر است با:

$$T = \frac{t}{n} \xrightarrow{t=1 \text{ min}=60 \text{ s}, T=2 \text{ s}} 2 = \frac{60}{n} \Rightarrow n = 30$$



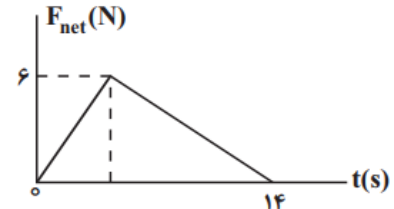
۸۰

گزینه درست: ۱

سوال ۸۰

گزینه «۱»

می‌دانیم، سطح محصور بین نمودار نیرو - زمان و محور زمان برابر تغییر تکانه است، بنابراین ابتدا، با استفاده از مساحت سطح محصور، تغییر تکانه جسم را می‌یابیم و به دنبال آن، تندی آن را در لحظه $t = 14s$ پیدا می‌کنیم. دقت کنید، چون در مبدأ زمان جسم در خلاف جهت محور حرکت کرده است، $v_1 = -8 \frac{m}{s}$ می‌باشد.



$$\Delta P = S \xrightarrow{\Delta P = m(v_2 - v_1)} m(v_2 - v_1) = \frac{6 \times 14}{2} \xrightarrow{m = 1/5 kg, v_1 = -8 \frac{m}{s}} \rightarrow$$

$$1/5 \times (v_2 - (-8)) = 42 \Rightarrow 1/5 \times (v_2 + 8) = 42 \Rightarrow v_2 = 20 \frac{m}{s}$$

اکنون، با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی کار نیروی خالص وارد بر جسم را در بازه زمانی صفر تا $14s$ پیدا می‌کنیم:

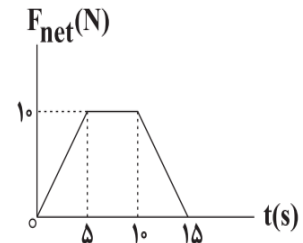
$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow{m = 1/5 kg, v_2 = 20 \frac{m}{s}, v_1 = -8 \frac{m}{s}} \rightarrow$$

$$W_t = \frac{1}{2} \times 1/5 \times (400 - 64) \Rightarrow W_t = 252 J$$

در آخر، توان متوسط نیروی خالص وارد بر جسم برابر است با:

$$\bar{P} = \frac{W_t}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t = 14 - 0 = 14 s, W_t = 252 J} \bar{P} = \frac{252}{14} \Rightarrow \bar{P} = 18 W$$

۸۱



گزینه درست: ۴

سوال ۸۱

گزینه «۴»

می‌دانیم، مساحت سطح محصور بین نمودار $F - t$ و محور زمان برابر تغییر تکانه است. بنابراین، با استفاده از این مساحت، تغییر تکانه و به دنبال آن سرعت جسم را در لحظه $t = 15s$ می‌یابیم:

$$\Delta p = \text{مساحت دوزنقه} = \frac{15 + (10 - 5)}{2} \times 10 \Rightarrow \Delta p = 100 kg \frac{m}{s}$$

$$\Delta p = m(v_{15} - v_0) \xrightarrow{v_0 = -10 \frac{m}{s} \Rightarrow v_s = -10 \frac{m}{s}, m = 2 kg} \rightarrow$$

$$100 = 2 \times [v_{15} - (-10)] \Rightarrow 100 = 2v_{15} + 20 \Rightarrow 80 = 2v_{15}$$

$$\Rightarrow v_{15} = 40 \frac{m}{s}$$

اکنون، انرژی جنبشی جسم را می‌یابیم:

$$K_{15} = \frac{1}{2} m v_{15}^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 40^2 \Rightarrow K_{15} = 1600 J$$

(۸۲)

سوال ۸۲

گزینه درست: ۲

گزینه «۲»

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: نادرست؛ طبق رابطه $\Delta \vec{p} = m \Delta \vec{v}$ ، بردار تغییر تکانه هم‌جهت با بردار تغییر سرعت جسم است و ممکن است الزاماً هم‌جهت با بردار جابه‌جایی نباشد.

گزینه «۲»: درست؛ می‌دانیم بردار سرعت جسم بر مسیر حرکت آن مماس است؛ از طرف دیگر، بردار تکانه همواره هم‌جهت با بردار سرعت است؛ بنابراین بردار تکانه نیز بر مسیر حرکت جسم مماس خواهد بود.

گزینه «۳»: نادرست؛ طبق رابطه $\vec{F}_{net} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$ ، بردار نیروی خالص وارد بر جسم هم‌جهت با بردار تغییر تکانه جسم است.

گزینه «۴»: نادرست؛ طبق قانون دوم نیوتون، بردار شتاب در راستا و جهت بردار نیروی خالص (و بردار تغییر تکانه جسم) می‌باشد، اما، الزاماً بر مسیر حرکت جسم مماس نخواهد بود.

(۸۳)

سوال ۸۳

گزینه درست: ۲

گزینه «۲»

ابتدا با استفاده از رابطه انرژی جنبشی و تکانه، تکانه جسم را در لحظات t_1 و t_2 به دست می‌آوریم:

$$K = \frac{p^2}{2m} \xrightarrow[m_1=12J, m_2=75J]{m=1/5 kg} \begin{cases} p_1^2 = 12 \times 2 \times 1/5 = 36 \\ \Rightarrow p_1 = 6 \frac{kg \cdot m}{s} \\ p_2^2 = 75 \times 2 \times 1/5 = 225 \\ \Rightarrow p_2 = 15 \frac{kg \cdot m}{s} \end{cases}$$

اکنون با استفاده از رابطه نیروی خالص متوسط برحسب تکانه داریم:

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta p = p_2 - p_1, p_2 = 15 \frac{kg \cdot m}{s}]{\Delta t = 5 - 2 = 3 s, p_1 = 6 \frac{kg \cdot m}{s}} F_{av} = \frac{p_2 - p_1}{\Delta t} = \frac{15 - 6}{3} \Rightarrow F_{av} = 3 N$$

(۸۴)

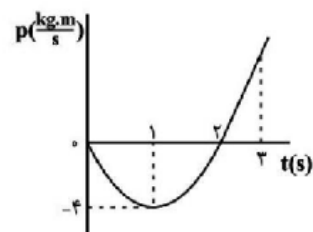
سوال ۸۴

گزینه درست: ۴

گزینه «۴»

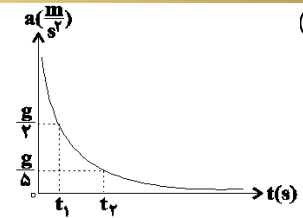
نمودار $p-t$ شبیه به نمودار $v-t$ است. و هرگاه نمودار از محور زمان دور شود، نوع حرکت تندشونده و هرگاه نزدیک شود، نوع حرکت کندشونده است پس کافی است.

نمودار $p-t$ را رسم کنیم.



پس ابتدا حرکت کندشونده و پس از $t = 1s$ تا $t = 2s$ کندشونده و بعد از آن تندشونده می‌شود.

۸۵

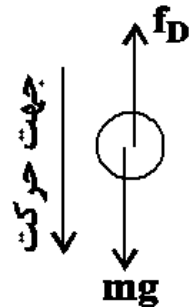


گزینه درست: ۳

سوال ۸۵

گزینه «۳»

با توجه به قانون دوم نیوتون، شتاب حرکت جسم در هوا وقتی از بالا به پایین می‌آید برابر است با:



$$a = \frac{F_{net}}{m} \Rightarrow a = \frac{mg - f_D}{m} \Rightarrow a = g - \frac{f_D}{m}$$

$$\Rightarrow f_D = mg - ma \xrightarrow{a_1 = \frac{g}{2}} \frac{f_{D_1}}{f_{D_2}} = \frac{mg - \frac{mg}{2}}{mg - \frac{mg}{5}}$$

$$\Rightarrow \frac{f_{D_1}}{f_{D_2}} = \frac{\frac{g}{2}}{\frac{4g}{5}} = \frac{5}{8} \Rightarrow f_{D_1} = \frac{5}{8} f_{D_2}$$

$$\text{درصد تغییرات} = \frac{f_{D_2} - f_{D_1}}{f_{D_1}} \times 100 = \frac{f_{D_2} - \frac{5}{8} f_{D_2}}{\frac{5}{8} f_{D_2}} \times 100 = 60\%$$

یعنی ۶۰ درصد افزایش می‌یابد.

۸۶

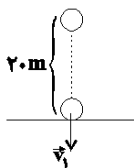
گزینه درست: ۳

سوال ۸۶

گزینه «۳»

ابتدا تندی برخورد گلوله به زمین را محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$v_1^2 = -2g(y - y_0) = -2 \times 10(0 - 20) \Rightarrow v_1^2 = 20^2 \Rightarrow |v_1| = 20 \frac{m}{s}$$

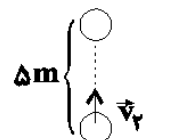


گلوله پس از برخورد به زمین تا ارتفاع ۵ متری بالا می‌رود. تندی گلوله به هنگام جد شدن از سطح زمین را با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی گلوله محاسبه می‌کنیم:

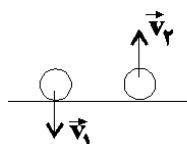
$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \xrightarrow{U_1=0, K_2=0}$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2 \Rightarrow \frac{1}{2} \times v_1^2 = 10 \times 5$$

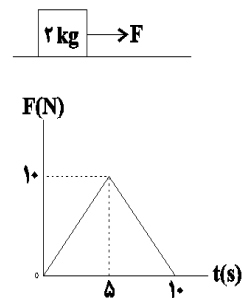
$$\Rightarrow v_2 = 10 \frac{m}{s}$$



با استفاده از رابطه تغییرات تکانه، اندازه نیروی وارد بر گلوله را محاسبه می‌کنیم:



$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m\Delta v}{\Delta t} = \frac{0.5(10 - (-20))}{0.2} = \frac{5}{2} \times 30 = 75 N$$



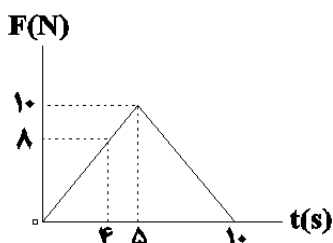
گزینه درست: ۱

سوال ۸۷

گزینه «۱»

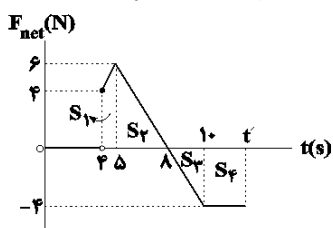
ابتدا اندازه بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی را محاسبه می‌کنیم.

$$f_{s,\max} = \mu_s F_N \xrightarrow[F_N = mg, \mu_s = 0.5]{m = 2 \text{ kg}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} f_{s,\max} = 10 \text{ N}$$

مطابق شکل در لحظه $t = 4 \text{ s}$ $F = f_{s,\max}$ می‌شود و جسم در آستانه حرکت قرار می‌گیرد.پس از آن نیروی وارد بر جسم از نوع اصطکاک جنبشی است و در بازه زمانی $4 \text{ s} \leq t \leq 10 \text{ s}$ نیروی خالص وارد بر جسم برابر است با:

$$F_{\text{net}} = F - f_k \xrightarrow[f_k = \mu_k F_N, \mu_k = 0.5]{F_N = mg, m = 2 \text{ kg}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} F_{\text{net}} = F - 0.5 \times 2 \times 10 = (F - 10) \text{ N}$$

اکنون نمودار نیروی خالص وارد بر جسم را رسم می‌کنیم.

پس از لحظه $t = 10 \text{ s}$ در راستای افقی تنها نیروی اصطکاک جنبشی تا لحظه توقف در خلاف جهت حرکت به جسم وارد می‌شود.

می‌دانیم مساحت محصور بین نمودار نیروی خالص بر حسب زمان و محور زمان در یک بازه

زمانی معین برابر با اندازه تغییرات تکانه در آن بازه زمانی است. بنابراین در لحظه t' که تندی جسم صفر می‌شود داریم:

$$S_1 + S_2 = S_3 + S_4 \Rightarrow \frac{(F+6) \times 1}{2} + \frac{6 \times 3}{2} = \frac{F \times (10-4)}{2} + (t'-10) \times F$$

$$\Rightarrow 14 = F + F(t'-10) \Rightarrow t' = 12/5 \text{ s}$$

بنابراین کل مدت زمان حرکت جسم برابر است با:

$$12/5 - 4 = 8/5 \text{ s}$$

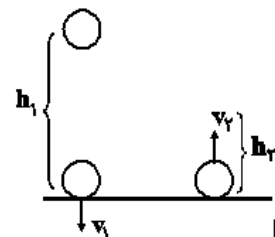
(۸۸)

گزینه درست: ۴

سوال ۸۸

گزینه «۴»

ابتدا با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی، تندی جسم را در لحظه برخورد به زمین (v_1) و پس از برگشت از آن (v_2)، به دست می‌آوریم:



$$mgh_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow v_1^2 = 2 \times 10 \times 5 = 100 \Rightarrow v_1 = 10 \frac{m}{s}$$

$$mgh_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow v_2^2 = 2 \times 10 \times 1/25 = 25 \Rightarrow v_2 = 5 \frac{m}{s}$$

با استفاده از رابطه تغییرات تکانه، داریم:

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$$

$$\Rightarrow |\Delta \vec{p}| = m(v_2 - v_1) = 2/4(5 - (-10)) = 36 \frac{kg.m}{s}$$

(۸۹)

گزینه درست: ۲

سوال ۸۹

گزینه ۲

سه ثانیه دوم حرکت، بازه زمانی بین $t_1 = 3s$ تا $t_2 = 6s$ است. تغییرات تکانه طی این بازه، برابر است با:

$$t_1 = 3s \Rightarrow p_1 = 3 \times 3^2 - 9 = 18 \frac{kg.m}{s}$$

$$t_2 = 6s \Rightarrow p_2 = 3 \times 6^2 - 9 = 99 \frac{kg.m}{s}$$

حال با استفاده از تعریف قانون دوم نیوتون، داریم:

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow ma_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow 3a_{av} = \frac{99-18}{6-3} \Rightarrow a_{av} = 9 \frac{m}{s^2}$$

(۹۰)

گزینه درست: ۱

سوال ۹۰

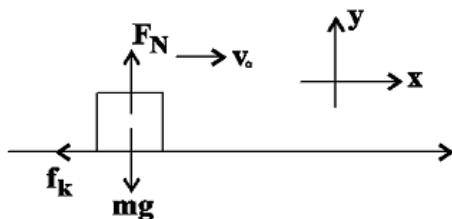
گزینه «۱»

با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی و استفاده از تعریف تکانه داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_t = \frac{1}{2}m(p_2^2 - p_1^2) = \frac{1}{2 \times 4} \times (5/5^2 - 2/5^2) \Rightarrow W_t = 3J$$

گزینه «۳»

با فرض این که جعبه در جهت محور x پرتاب شده است، شتاب حرکت آن و جابه‌جایی آن قبل از توقف را محاسبه می‌کنیم. ابتدا با استفاده از قانون دوم نیوتون در راستای محور x و y داریم:



$$F_{net(y)} = 0 \rightarrow F_N = mg$$

$$F_{net(x)} = ma \rightarrow -f_k = ma, f_k = \mu_k F_N$$

$$\Rightarrow -\mu_k F_N = ma - \mu_k mg = ma \rightarrow a = -\mu_k g$$

حال جابه‌جایی قبل از توقف جسم را محاسبه می‌کنیم.

$$v^2 - v_o^2 = 2a\Delta x, -v_o^2 = 2a\Delta x$$

$$\Delta x = \frac{-v_o^2}{2a} = \frac{-v_o^2}{-2\mu_k g} = \frac{v_o^2}{2\mu_k g}$$

با توجه به برابری تندى اولیه جعبه‌ها و ضریب اصطکاک دو جعبه با سطح، جابه‌جایی هر دو جعبه از لحظه پرتاب تا لحظه توقف یکسان و نسبت $\frac{x_A}{x_B}$ برابر با یک است.

گزینه «۴»

نمودار سرعت - زمان جسم را رسم می‌کنیم:

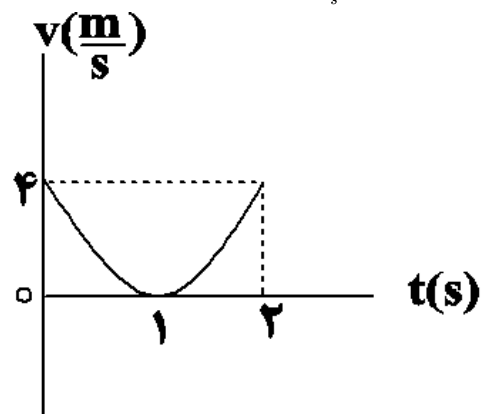
$$p = mv \Rightarrow v = \frac{p}{m} \Rightarrow v = \frac{2t^2 - 4t + 2}{0.5}$$

$$v = 4t^2 - 8t + 4$$

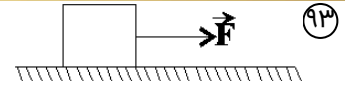
$$t_1 = 0 \rightarrow v_1 = 4 \frac{m}{s}$$

$$(رأس سهمی) t_v = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{8} = 0.5 s \rightarrow v_v = 0$$

$$t_2 = 1 s \rightarrow v_2 = 4 - 8 + 4 = 4 \frac{m}{s}$$



در بازه زمانی صفر تا ۱ ثانیه سرعت جسم مثبت و حرکت همواره در جهت محور x ‌ها است. مطابق نمودار سرعت - زمان متحرک در این بازه زمانی ابتدا حرکت کندشونده و سپس تندشونده دارد.



گزینه درست: ۱

سوال ۹۳

گزینه «۱»

اگر سطح بدون اصطکاک باشد در اثر نیروی F جسم شروع به حرکت می‌کند (تندشونده) و پس از به صفر رسیدن نیروی F چون اصطکاکی نداریم، جسم با سرعت ثابت به حرکت ادامه می‌دهد.
اگر سطح اصطکاک داشته باشد ولی شرط حرکت یعنی $f_{s,max} < F$ برقرار باشد، جسم به صورت تندشونده شروع به حرکت می‌کند و سپس پس از قطع نیروی F حرکت جسم توسط نیروی f_k به صورت کندشونده ادامه می‌یابد تا متوقف شود.
اگر سطح اصطکاک داشته باشد ولی شرط حرکت $f_{s,max} < F$ برقرار نباشد جسم حرکت نمی‌کند.

۹۴

گزینه درست: ۳

سوال ۹۴

گزینه «۳»

با توجه به تعریف تکانه می‌توان به صورت زیر رابطه بین انرژی جنبشی و تکانه را نوشت:

$$\begin{cases} K = \frac{1}{2}mv^2 \\ P = mv \end{cases} \Rightarrow K = \frac{P^2}{2m} \xrightarrow{m=\text{ثابت}} \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2$$

$$\xrightarrow{K_2 = K_1 + 0.69K_1 = 1.69K_1} 1.69 = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = 1.3$$

$$\text{درصد تغییرات اندازه تکانه: } \frac{\Delta P}{P_1} \times 100 = \left(\frac{P_2}{P_1} - 1\right) \times 100 = (1.3 - 1) \times 100 = 30\%$$

۹۵

گزینه درست: ۱

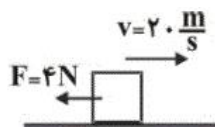
سوال ۹۵

گزینه ۱

ابتدا شتاب حرکت جسم را حساب می‌کنیم:

$$\sum F = ma \Rightarrow 0 - F = 1 \times a \Rightarrow a = -F \frac{m}{s^2}$$

اکنون سرعت جسم را حساب می‌کنیم:



$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -F \times 2/5 + 2_0 \Rightarrow v = 1_0 \frac{m}{s}$$

و در نهایت اندازه ی تکانه ی جسم را پس از گذشت ۲/۵s به دست می‌آوریم:

$$P = mv \Rightarrow P = 1 \times 1_0 \Rightarrow P = 1_0 \frac{kg.m}{s}$$

روش دوم:

$$\Delta P = F \Delta t$$

$$P_2 - 2_0 = -F \times 2/5 \Rightarrow P_2 = 1_0 \frac{kg.m}{s}$$

۹۶

گزینه درست: ۳

سوال ۹۶

گزینه «۳»

با توجه به نیروی گرانشی وارد بر یک جسم در ارتفاع h از سطح زمین (وزن جسم)، ارتفاع مورد نظر را می‌یابیم. دقت کنید، چون فاصله از سطح زمین افزایش می‌یابد، نیروی گرانشی کاهش می‌یابد.

$$W = G \frac{M_e m}{(R_e + h)^2} \xrightarrow{M_e, m = \text{ثابت}} \frac{W_r}{W_1} = \left(\frac{R_e + h_1}{R_e + h_r} \right)^2$$

$$\frac{W_r = W_1 - 0.36W_1 = 0.64W_1}{W_1} \rightarrow \frac{0.64W_1}{W_1} = \left(\frac{R_e + \frac{R_e}{F}}{R_e + h_r} \right)^2$$

$$h_1 = \frac{R_e}{F}$$

$$\frac{64}{100} = \left(\frac{R_e + \frac{R_e}{F}}{R_e + h_r} \right)^2 \Rightarrow \frac{8}{10} = \frac{\frac{5R_e}{F}}{R_e + h_r}$$

$$8R_e + 8h_r = \frac{50}{F} R_e$$

$$\Rightarrow 8h_r = \frac{9R_e}{F} \Rightarrow h_r = \frac{9}{16} R_e$$

اکنون، تغییر ارتفاع را حساب می‌کنیم:

$$\Delta h = h_r - h_1 = \frac{9R_e}{16} - \frac{R_e}{F} \Rightarrow \Delta h = \frac{5R_e}{16}$$

۹۷

گزینه درست: ۲

سوال ۹۷

گزینه «۲»

ابتدا با استفاده از رابطه نیروی گرانشی بین دو ذره، نیروی گرانشی بین دو جسم را در حالت جدید، می‌یابیم:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{m'_1}{m_1} \times \frac{m'_2}{m_2} \times \left(\frac{r}{r'} \right)^2$$

$$\frac{m_1 = 30 \text{ kg}, m'_1 = 30 - 5 = 25 \text{ kg}, F = 4 \text{ N}}{m_2 = 50 \text{ kg}, m'_2 = 50 + 5 = 55 \text{ kg}, r' = \frac{r}{F}} \rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{25}{30} \times \frac{55}{50} \times \left(\frac{r}{\frac{r}{F}} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F} = 15 \Rightarrow F' = 60 \text{ N}$$

اکنون، تغییرات نیروی گرانشی را پیدا می‌کنیم:

$$\Delta F = F' - F = 60 - 4 \Rightarrow \Delta F = 56 \text{ N}$$

بنابراین، نیروی گرانشی بین دو جسم 56 N افزایش می‌یابد.

۹۸

گزینه درست: ۱

سوال ۹۸

گزینه «۱»

از رابطه اندازه شتاب گرانشی در ارتفاع h از سطح زمین و مقایسه آن با اندازه شتاب گرانشی در سطح زمین داریم:

$$W_o = mg = 60 \times 10 = 600 \text{ N}$$

$$W_h = 300 \text{ N}$$

$$W = mg = mG \frac{M_e}{r^2}$$

$$\Rightarrow \frac{W_o}{W_h} = \left(\frac{R_e + h}{R_e} \right)^2 \Rightarrow \frac{600}{300} = \left(\frac{R_e + h}{R_e} \right)^2 \Rightarrow \sqrt{2} = \frac{R_e + h}{R_e}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} R_e = R_e + h \Rightarrow h = (\sqrt{2} - 1) R_e$$

گزینه «۲»

با استفاده از رابطه محاسبه شتاب گرانشی در سطح سیاره $(g = \frac{GM}{R^2})$ و همچنین رابطه‌های $m = \rho V$ و حجم کره

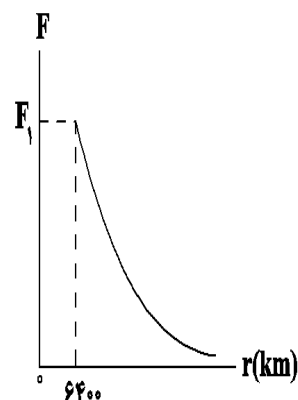
$(V = \frac{4}{3}\pi R^3)$ ، به صورت زیر نسبت $\frac{g_{سیاره}}{g_{زمین}}$ را می‌یابیم:

$$g = \frac{GM}{R^2} \Rightarrow \frac{g_{سیاره}}{g_{زمین}} = \frac{M_{سیاره}}{M_{زمین}} \times \frac{R_{زمین}^2}{R_{سیاره}^2}$$

$$\frac{m = \rho V = \rho \times \frac{4}{3}\pi R^3}{\longrightarrow} \frac{g_{سیاره}}{g_{زمین}} = \frac{\rho_{سیاره} \times \frac{4}{3}\pi R_{سیاره}^3}{\rho_{زمین} \times \frac{4}{3}\pi R_{زمین}^3} \times \frac{R_{زمین}^2}{R_{سیاره}^2}$$

$$\frac{\rho_{سیاره}}{\rho_{زمین}} \times \frac{R_{سیاره}}{R_{زمین}} \xrightarrow{R_{سیاره} = \frac{1}{9} R_{زمین}} \longrightarrow$$

$$\frac{g_{سیاره}}{g_{زمین}} = \frac{\rho_{سیاره}}{\rho_{زمین}} \times \frac{1}{9} \times \frac{R_{زمین}}{R_{زمین}} = \frac{1}{9} \times \frac{g_{سیاره}}{g_{زمین}} = \frac{1}{9}$$



گزینه «۲»

با توجه به نمودار داده شده، در فاصله $r_1 = 6400 \text{ km}$ از مرکز زمین (در سطح زمین) نیروی وارد بر ماهواره برابر با F_1 و در فاصله $r_2 = 6400 + h$ این نیرو برابر با $\frac{1}{4} F_1$ است. بنابراین، با استفاده از رابطه $F = G \frac{M_e m}{r^2}$ فاصله ماهواره را از سطح زمین (h) می‌یابیم.

$$F = G \frac{M_e m}{r^2} \xrightarrow{M_e, m, G = \text{ثابت}} \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

$$\frac{F_2 = \frac{1}{4} F_1, r_1 = 6400 \text{ km}}{r_2 = (6400 + h) \text{ km}} \longrightarrow \frac{\frac{1}{4} F_1}{F_1} = \left(\frac{6400}{6400 + h}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{4} = \left(\frac{6400}{6400 + h}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{6400}{6400 + h} \Rightarrow 6400 + h = 6400 \sqrt{2} \Rightarrow h = 6400 \sqrt{2} - 6400$$

$$= 6400 (\sqrt{2} - 1) \xrightarrow{\sqrt{2} = 1/4} h = 6400 \times (1/4 - 1) = 6400 \times 3/4$$

$$\Rightarrow h = 4800 \text{ km}$$

(۱۰)

گزینه درست: ۱

سوال ۱۰۱

گزینه «۱»

برای محاسبه $\frac{\rho_A}{\rho_B}$ باید، نسبت $\frac{V_A}{V_B}$ را بیابیم. با توجه به این که شتاب گرانشی در ارتفاع h از سطح یک سیاره برابر $g = \frac{GM}{(R+h)^2}$

است، ابتدا نسبت $\frac{R_A}{R_B}$ را می‌یابیم:

$$\frac{g_A}{g_B} = \frac{M_A}{M_B} \times \left(\frac{R_B+h_B}{R_A+h_A} \right)^2 \xrightarrow{M_A=16M_B, h_B=h_A=R_A, \frac{g_A}{g_B}=9}$$

$$9 = \frac{16M_B}{M_B} \times \left(\frac{R_B+R_A}{R_A+R_A} \right)^2 \Rightarrow \frac{9}{16} = \left(\frac{R_B+R_A}{2R_A} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{R_B+R_A}{2R_A} \Rightarrow 6R_A = 4R_B + 4R_A$$

$$\Rightarrow 2R_A = 4R_B \Rightarrow R_A = 2R_B$$

اکنون نسبت $\frac{V_A}{V_B}$ را می‌یابیم:

$$V = \sqrt{\frac{4}{3}\pi R^3} \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \left(\frac{R_A}{R_B} \right)^{\frac{3}{2}} \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \left(\frac{2R_B}{R_B} \right)^{\frac{3}{2}} \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = 2$$

$$\Rightarrow V_A = 2V_B$$

در آخر، با استفاده از رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ داریم:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{M_A}{M_B} \times \frac{V_B}{V_A} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{16M_B}{M_B} \times \frac{V_B}{2V_B} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = 8$$

(۱۰۲)

گزینه درست: ۱

سوال ۱۰۲

گزینه «۱»

ابتدا با استفاده از رابطه‌های $g_e = \frac{GM_e}{R_e^2}$ و $g_h = \frac{GM_e}{(R_e+h)^2}$ شتاب گرانشی در ارتفاع 12800 km از سطح زمین را می‌یابیم. دقت کنید، چون $h = 12800\text{ km}$ و $R_e = 6400\text{ km}$ است، لذا $h = 2R_e$ می‌باشد.

$$\frac{g_h}{g_e} = \left(\frac{R_e}{R_e+h} \right)^2$$

$$\frac{h=2R_e}{g_e=10\frac{m}{s^2}} \rightarrow \frac{g_h}{10} = \left(\frac{R_e}{R_e+2R_e} \right)^2 \Rightarrow \frac{g_h}{10} = \frac{1}{9} \Rightarrow g_h = \frac{10}{9} \frac{m}{s^2}$$

اکنون می‌توانیم وزن جسم را در ارتفاع h بیابیم:

$$W_h = mg_h \xrightarrow{m=72\text{ kg}} W_h = 72 \times \frac{10}{9} = 80\text{ N}$$

(۱۰۳)

گزینه درست: ۴

سوال ۱۰۳

گزینه «۴»

می‌دانیم شتاب گرانش در سطح هر سیاره از رابطه $g = \frac{GM}{R^2}$ و در ارتفاع h از سطح سیاره، از رابطه $g_h = \frac{GM}{(R+h)^2}$ به دست می‌آید. بنابراین با توجه به داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$g_{\text{زمین}} = 9g_{\text{ماه}} \Rightarrow \frac{M_e}{(R_e+h)^2} = 9 \frac{M_m}{R_m^2} \xrightarrow{M_e=81M_m}$$

$$\frac{81M_m}{(R_e+h)^2} = \frac{9M_m}{R_m^2} \Rightarrow \frac{81}{(R_e+h)^2} = \frac{9}{R_m^2} \Rightarrow \frac{9}{R_e+h} = \frac{3}{R_m}$$

$$\Rightarrow 9R_m = 3R_e + 3h \Rightarrow 9 \times 1700 = (3 \times 6400) + 3h \Rightarrow h = 1250\text{ km}$$

(۱۰۴)

گزینه درست: ۳

سوال ۱۰۴

گزینه «۳»

اگر جرم و شعاع سیاره را به ترتیب با M_x و R_x و جرم و شعاع زمین را به ترتیب M_e و R_e نشان دهیم، با توجه به رابطه شتاب گرانشی داریم:

$$g_{\text{سیاره}} = \frac{GM_x}{R_x^2}$$

$$g_{\text{زمین و } h} = \frac{GM_e}{(h+R_e)^2} \xrightarrow{h=R_e} g_{\text{زمین و } h} = \frac{GM_e}{4R_e^2}$$

$$\frac{g_{\text{سیاره}}}{g_{\text{زمین و } h}} = \frac{M_x}{M_e} \times \frac{4R_e^2}{R_x^2} \xrightarrow{M_x=1/6M_e, R_x=5/4R_e}$$

$$\frac{g_{\text{سیاره}}}{g_{\text{زمین و } h}} = 1/6 \times \frac{4 \cancel{R_e^2}}{5^2 \cancel{R_e^2}} = 10$$

(۱۰۵)

سوال ۱۰۵

گزینه درست: ۱

گزینه «۱»

ابتدا جرم m را به دست می آوریم:

$$F = \frac{GmM}{r^2} \Rightarrow 6 \times 10^{-10} = \frac{6/5 \times 10^{-11} \times m \times 40}{(13)^2} \Rightarrow m = 39 \text{ kg}$$

در صورتی که فاصله بین دو جرم ثابت باشد، هنگامی نیروی گرانشی بین آن دو بیشینه می شود که جرمها برابر باشند. در نتیجه باید $0/5 \text{ kg}$ از M را جدا کنیم و به m منتقل کنیم تا هر دو جرم $39/5 \text{ kg}$ شوند.

(۱۰۶)

سوال ۱۰۶

گزینه درست: ۱

گزینه «۱»

با توجه به شتاب گرانش داریم:

$$\frac{GM_A}{(R_A+h_A)^2} = \frac{GM_B}{(R_B+h_B)^2} \xrightarrow{M_A=9M_B} \left(\frac{R_A+h_A}{R_B+h_B}\right)^2 = 9 \xrightarrow{R_A=3R_B} \frac{3R_B+h_A}{R_B+h_B} = 3 \Rightarrow \frac{h_A}{h_B} = 3$$

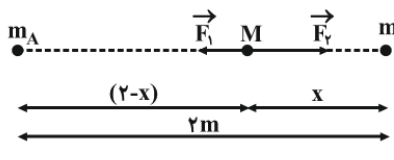
(۱۰۷)

سوال ۱۰۷

گزینه درست: ۳

گزینه «۳»

مطابق شکل مقابل و با استفاده از قانون گرانش نیوتون، داریم:



$$F_1 = \frac{1}{3} F_2 \Rightarrow G \frac{m_A M}{(r-x)^2} = \frac{1}{3} G \frac{m_B M}{x^2} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{1}{3} \left(\frac{r-x}{x} \right)^2$$

$$\frac{m_A}{m_B} = \frac{r}{r} \Rightarrow \frac{r}{3} = \frac{1}{3} \left(\frac{r-x}{x} \right)^2 \Rightarrow r - x = rx \Rightarrow x = \frac{r}{3} m = \frac{r}{3} cm$$

(۱۰۸)

سوال ۱۰۸

گزینه درست: ۱

گزینه ۱

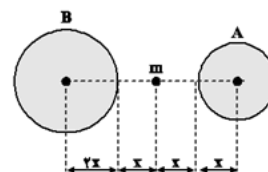
ابتدا اندازه ی شتاب گرانی را در مدار چرخش ماهواره به دست می آوریم:

$$W_h = mg_h \xrightarrow{W_h=1000N, m=200kg} 1000 = 200g_h \Rightarrow g_h = 2/5 \frac{N}{kg}$$

اکنون با مقایسه ی اندازه ی شتاب گرانی بر روی سطح زمین و اندازه یشتاب گرانی در ارتفاع h از سطح زمین، می توان فاصله ی ماهواره از سطح زمین را حساب کرد.

$$g_r = \frac{GM_e}{r^2} \Rightarrow \frac{g_o}{g_h} = \left(\frac{R_e+h}{R_e} \right)^2 \xrightarrow{g_o=10 \frac{N}{kg}, g_h=2/5 \frac{N}{kg}} \frac{10}{2/5} = \left(\frac{R_e+h}{R_e} \right)^2 \Rightarrow 25 = \left(\frac{R_e+h}{R_e} \right)^2 \Rightarrow 5 = \frac{R_e+h}{R_e} \Rightarrow h = 4R_e$$

(۱۰۹)



گزینه درست: ۳

سوال ۱۰۹

با استفاده از قانون گرانش عمومی، داریم:

$$F = G \frac{Mm}{r^2} \xrightarrow{M=\rho V, V=\frac{4}{3}\pi R^3} F = \frac{4}{3}\pi G \rho \frac{mR^3}{r^2}$$

$$\Rightarrow \frac{F_A}{F_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \left(\frac{R_A}{R_B} \right)^3 \times \left(\frac{r_B}{r_A} \right)^2 = 2 \times \left(\frac{x}{rx} \right)^3 \times \left(\frac{rx}{x} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{F_A}{F_B} = \frac{1}{16}$$

۱۱۰

گزینه درست: ۱

سوال ۱۱۰

نیروی گرانشی وارد بر ماهواره از طرف زمین، نیروی لازم برای حرکت دایره‌ای ماهواره به دور زمین را تأمین می‌کند. داریم:

$$F = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow \frac{GM_e m}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v^2 = \frac{GM_e}{r}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 = \frac{r_B}{r_A} \Rightarrow \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 = \frac{R_e + 3R_e}{R_e + R_e}$$

$$\Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{2}$$

چون جرم دو ماهواره یکسان است، داریم:

$$p = mv \Rightarrow \frac{p_A}{p_B} = \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{2}$$

۱۱۱

گزینه درست: ۳

سوال ۱۱۱

گزینه «۳»

شتاب گرانشی در سطح هر سیاره از رابطه $g = \frac{GM}{R^2}$ به دست می‌آید که M جرم سیاره و R شعاع آن است. بنابراین داریم:

$$\frac{g}{g_e} = \frac{M}{M_e} \times \left(\frac{R_e}{R}\right)^2 \xrightarrow{M = \frac{1}{8} M_e, R = \frac{1}{4} R_e} \frac{g}{g_e} = \frac{1}{8} \times (4)^2 = 1$$

۱۱۲

گزینه درست: ۴

سوال ۱۱۲

گزینه «۴»

نسبت وزن جسم برابر با نسبت شتاب گرانشی در محل جسم است.

$$W = mg \Rightarrow \frac{W'}{W} = \frac{g'}{g}$$

با توجه به رابطه شتاب گرانش داریم:

$$g = \frac{GM}{R^2} \Rightarrow \frac{g'}{g} = \frac{\frac{M'}{R'^2}}{\frac{M}{R^2}} \xrightarrow{R' = 3R_e, M' = 2M_e} \frac{g'}{g} = \frac{\frac{2M_e}{(3R_e)^2}}{\frac{M_e}{(4R_e)^2}} = \frac{2}{9} \times \frac{16}{9} = \frac{32}{81}$$

$$\Rightarrow W' = \frac{32}{81} \times 720 = 288 N$$

۱۱۳

گزینه درست: ۴

سوال ۱۱۳

با توجه به این که اندازه نیروی گرانشی بین دو جسم از رابطه $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ به دست می‌آید اگر جرم جسم‌ها m و فاصله آن‌ها از هم d باشد $F = G \frac{m^2}{d^2}$ خواهد شد.

$$F_1 = G \frac{m^2}{\left(\frac{d}{2}\right)^2} = 4G \frac{m^2}{d^2} = 4F \quad \text{گزینه «۱»}$$

$$F_2 = G \frac{m^2}{4d^2} = \frac{1}{4} F \quad \text{گزینه «۲»}$$

$$F_3 = G \frac{4m^2}{(\sqrt{2}d)^2} = 4F \quad \text{گزینه «۳»}$$

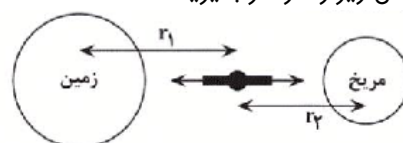
$$F_4 = G \frac{\frac{1}{4}m^2}{\left(\frac{d}{2}\right)^2} = 2F \quad \text{گزینه «۴»}$$

۱۱۴

گزینه درست: ۴

سوال ۱۱۴

شکل زیر را در نظر بگیرید



$$F_{\text{زمین}} = F_{\text{مریخ}} \Rightarrow \frac{GmM_{\text{زمین}}}{r_1^2} = \frac{GmM_{\text{مریخ}}}{r_2^2}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{r_1^2} = \frac{1}{r_2^2} \Rightarrow r_1 = 3r_2$$

۱۱۵

گزینه درست: ۱

سوال ۱۱۵

با استفاده از رابطه مقایسه‌ای شتاب گرانش برای دو نقطه مختلف داریم:

$$g = \frac{GM_e}{(h+R_e)^2} \Rightarrow \frac{g}{g_1} = \left(\frac{h_1+R_e}{h+R_e}\right)^2 = \left(\frac{R_e+R_e}{3R_e+R_e}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

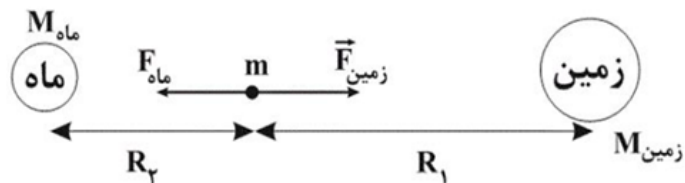
۱۱۶

گزینه درست: ۱

سوال ۱۱۶

گزینه «۱»:

اندازه نیروی گرانش وارد بر جسم از طرف زمین و ماه برابر است با:



$$F_{\text{زمین به جسم}} = \frac{GM_{\text{زمین}} m}{R_1^2}$$

$$F_{\text{ماه به جسم}} = \frac{GM_e m}{R_p^2}$$

$$\xrightarrow{\text{ماه به جسم} = F_{\text{زمین به جسم}}} \frac{M_{\text{زمین}}}{R_1^2} = \frac{M_e}{R_p^2}$$

$$\xrightarrow{M_{\text{زمین}} = 81M_e} \frac{81}{R_1^2} = \frac{1}{R_p^2} \Rightarrow \frac{R_1}{R_p} = 9$$

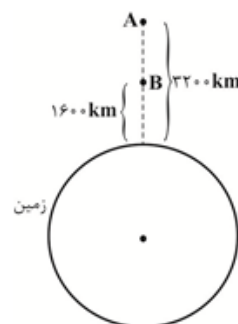
۱۱۷

گزینه درست: ۱

سوال ۱۱۷

نیروی گرانشی نیرویی است که دو جسم به سبب جرم خود به یکدیگر وارد می‌کنند.

۱۱۸



گزینه درست: ۲

سوال ۱۱۸

با استفاده از رابطه‌ی شتاب گرانشی زمین، $(g = G \frac{M_e}{(R_e+h)^2})$ داریم:

$$g_A = G \frac{M_e}{(R_e+h_A)^2} \Rightarrow g_A = \frac{GM_e}{(6400+3200)^2} \Rightarrow g_A = \frac{GM_e}{9600^2}$$

$$g_B = G \frac{M_e}{(R_e+h_B)^2} \Rightarrow g_B = \frac{GM_e}{(6400+1600)^2} \Rightarrow g_B = \frac{GM_e}{8000^2}$$

پس: درصد تغییرات شتاب گرانشی $= \frac{g_B - g_A}{g_A} \times 100$

$$= \frac{\frac{GM_e}{8000^2} - \frac{GM_e}{9600^2}}{\frac{GM_e}{9600^2}} \times 100 = \frac{\frac{9600^2 - 8000^2}{8000^2 \times 9600^2}}{\frac{1}{9600^2}} \times 100$$

$$\Rightarrow \text{درصد تغییرات شتاب گرانشی} = \frac{9600^2 - 8000^2}{8000^2} \times 100$$

$$= \frac{96^2 - 80^2}{80^2} \times 100 = \left(\left(\frac{96}{80}\right)^2 - 1\right) \times 100$$

$$\Rightarrow \text{درصد تغییرات شتاب گرانشی} = ((1/2)^2 - 1) \times 100 = 44\%$$

۱۱۹

سوال ۱۱۹

گزینه درست: ۴

با استفاده از رابطه‌ی شتاب جاذبه می‌توان نوشت:

$$g = \frac{GM_e}{r^2} = \frac{GM_e}{(R+h)^2} \Rightarrow \frac{g_1}{g_2} = \frac{(R+h_2)^2}{(R+h_1)^2}$$

$$\xrightarrow{\frac{g_1=g}{g_2=0.64g}} \frac{g}{0.64g} = \left(\frac{R+h_2}{R+h_1}\right)^2$$

$$\xrightarrow{h_2=3h_1} \frac{1}{0.64} = \left(\frac{R+3h_1}{R+h_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{10}{8} = \frac{R+3h_1}{R+h_1} \Rightarrow h_1 = \frac{R}{5}$$

۱۲۰

سوال ۱۲۰

گزینه درست: ۱

مطابق با قانون سوم نیوتون، هرگاه جسمی به جسم دیگر نیرو وارد کند، جسم دوم نیز به جسم اول نیرویی هم‌اندازه ولی در خلاف جهت آن وارد می‌کند. با این توصیف چون نیروی جاذبه‌ی گرانش توسط زمین به جسم وارد می‌شود، عکس‌العمل آن توسط جسم به زمین و در خلاف جهت نیروی مذکور وارد خواهد شد؛ یعنی جسم نیز زمین را به سوی خود جذب می‌کند.