

سوال ۱ گزینه درست: ۲

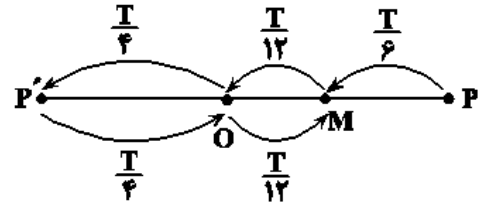
گزینه «۲»

ابتدا مشخص می‌کنیم، نوسانگر فاصله نقطه P تا نقطه M را در چه مدت زمانی بر حسب دوره تناوب (T) طی می‌کند. به همین منظور، با توجه به این که فاصله نقطه P تا M برابر نصف دامنه نوسان ($\frac{A}{2}$) است، می‌توان نوشت:

$$x = A \cos \omega t \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \frac{A}{2} = A \cos \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow \cos \frac{2\pi}{T} t = \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}} \cos \frac{2\pi}{T} t = \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} t = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t = \frac{T}{6}$$

از طرف دیگر، چون نوسانگر فاصله نقطه P تا O ($\frac{1}{4}$ نوسان) را در مدت $\frac{T}{4}$ طی می‌کند، بنابراین، فاصله نقطه O تا M را در مدت $\Delta t = \frac{T}{6} - \frac{T}{4} = \frac{T}{12}$ طی خواهد کرد. در این حالت، با توجه به شکل زیر، می‌توان زمان طی کردن فاصله نقطه O تا نقطه M را بر حسب T محاسبه کرد.



$$\Delta t = \frac{T}{6} + \frac{T}{6} + \frac{T}{12} \xrightarrow{\Delta t = v \cdot \Delta s}$$

$$v \cdot \Delta s = \frac{vT}{12} \Rightarrow T = 1/2 s = \frac{1}{2} s$$

در آخر، با توجه به این که تعداد نوسان‌ها در هر ثانیه برابر با بسامد نوسان می‌باشد، می‌توان نوشت:

$$f = \frac{1}{T} \xrightarrow{T = \frac{1}{2} s} f = \frac{1}{\frac{1}{2}} \Rightarrow f = \frac{1}{2} Hz$$

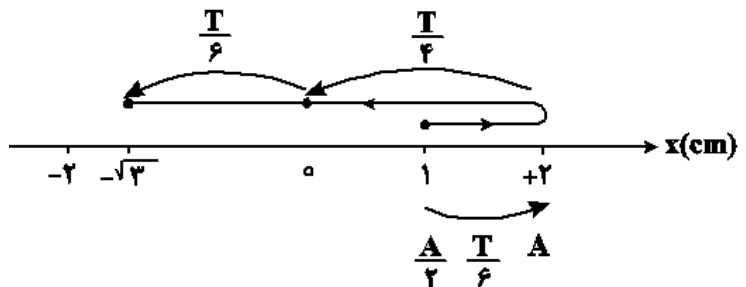
۲

سوال ۲ گزینه درست: ۱

گزینه «۱»

می‌دانیم دامنه نوسان برابر نصف طول پاره‌خط نوسان می‌باشد، بنابراین با توجه به شکل زیر، دامنه و مدت زمان حرکت برابر است با:

$$2A = 4cm \Rightarrow A = 2cm$$



$$\Delta t = \frac{T}{6} + \frac{T}{4} + \frac{T}{6} = \frac{2T}{3}$$

از طرف دیگر، با توجه به رابطه سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta x = -\sqrt{3} - 1cm} -\frac{1+\sqrt{3}}{2} = \frac{-\sqrt{3}-1}{\frac{2T}{3}}$$

$$\Rightarrow v = \frac{vT}{2} \Rightarrow T = 12s$$

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{1}{12} Hz$$

گزینه «۲»

با افزایش فاصله آونگ از سطح زمین، شتاب گرانشی آن تغییر می‌کند. در این حالت، شتاب گرانشی جدید برابر است با:

$$g = \frac{GM_e}{R_e^2} \Rightarrow \frac{g_h}{g_e} = \left(\frac{R_e}{R_e+h}\right)^2 = \left(\frac{R_e}{R_e+R_e}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{g_h}{g} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow g_h = \frac{1}{4}g$$

از طرف دیگر، با توجه به رابطه دوره تناوب آونگ ساده داریم:

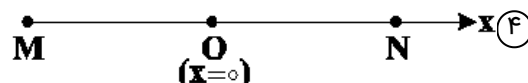
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_h}{T} = \sqrt{\frac{L_h}{L} \times \frac{g}{g_h}} \quad \frac{L_h = L - \frac{1}{4}L = \frac{3}{4}L}{g_h = \frac{1}{4}g}$$

$$\frac{T_h}{T} = \sqrt{\frac{\frac{3}{4}L}{L} \times \frac{g}{\frac{1}{4}g}} \Rightarrow \frac{T_h}{T} = \sqrt{\frac{3}{4} \times 4} \Rightarrow \frac{T_h}{T} = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{T_h}{T} = \frac{\sqrt{3}}{1} \Rightarrow T_h = \sqrt{3}T$$

$$T \text{ درصد تغییر} = \frac{T_h - T}{T} \times 100 \Rightarrow T \text{ درصد تغییر} = \frac{\sqrt{3}T - T}{T} \times 100 = (\sqrt{3} - 1) \times 100 \approx 73\%$$

$$\Rightarrow T \text{ درصد تغییر} = \frac{\sqrt{3}T - T}{T} \times 100 = 73\%$$

بنابراین، دوره تناوب آونگ ۷۳ درصد کاهش می‌یابد.



گزینه «۲»

توضیحات هر مورد:

(الف) اگر نوسانگر در حال نزدیک شدن به نقطه تعادل باشد، حرکت آن تندشونده است.

(ب) در انتهای مسیر سرعت صفر می‌شود و متحرک تغییر جهت می‌دهد.

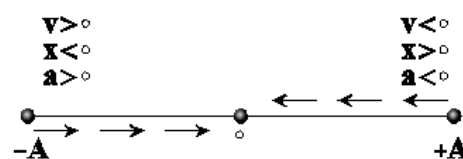
(ج) در انتهای مسیر تندی نوسانگر صفر می‌شود اما علامت مکان نوسانگر تغییری نمی‌کند. در صورتی علامت مکان نوسانگر

تغییر می‌کند که نوسانگر از نقطه تعادل ($x = 0$) بگذرد.

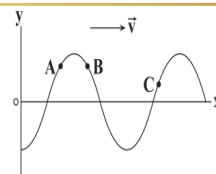
(د) در جابه‌جایی از M به O جابه‌جایی مثبت است اما نوسانگر در حال نزدیک شدن به نقطه تعادل است. در کل اگر جابه‌جایی متحرک مثبت باشد (از O به N یا از M به O) متحرک می‌تواند هم در حال دور شدن و هم در حال نزدیک شدن به مرکز تعادل باشد.

۵

گزینه «۴»



با توجه به شکل بالا، نوسانگر در مکان‌های مثبت، با شتاب منفی و سرعت منفی و در مکان‌های منفی، با سرعت مثبت و شتاب مثبت، می‌تواند به مرکز نوسان نزدیک شود. بنابراین، گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ نمی‌تواند الزاماً درست باشند. اما از آنجایی که اندازه شتاب در دو انتهای مسیر بیشینه و در مرکز نوسان کمینه می‌باشد، لذا با نزدیک شدن نوسانگر به مرکز نوسان، الزاماً اندازه شتاب آن کاهش می‌یابد. یا می‌توان گفت، بنابه رابطه $a = -\omega^2 x$ ، با نزدیک شدن نوسانگر به نقطه تعادل، اندازه x کاهش می‌یابد، لذا اندازه a نیز کاهش خواهد یافت.

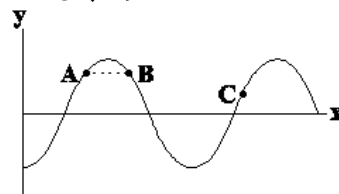


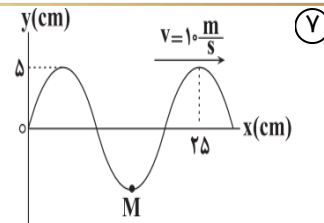
گزینه درست: ۴

سوال ۶

گزینه «۴»

می‌دانیم، تندی ذره‌های محیط در نقاط بازگشتی (دو انتهای مسیر نوسان) صفر می‌شود. از طرف دیگر، با حرکت موج در محیط، وقتی موج این ذره‌ها را به قله‌ها یا دره‌های موج ببرد در آن‌جا تندی ذره صفر می‌شود و جهت حرکت آن عوض می‌شود. بنابراین، با توجه به شکل زیر و جهت حرکت موج، نقطه A و C به طرف پایین (به طرف دره موج) و نقطه B به طرف بالا (به طرف قله موج) می‌روند. چون جابه‌جایی نقطه‌های B ، C و A (تا قله و دره) به ترتیب از کم‌ترین تا بیش‌ترین است، لذا، ابتدا نقطه B به قله و سپس نقطه C و در ادامه نقطه A به دره می‌رسند. بنابراین $t_B < t_C < t_A$ است.

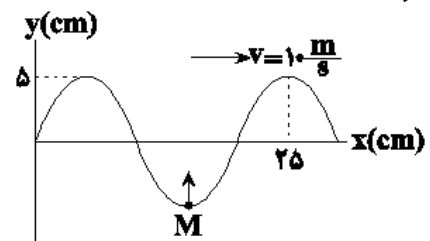




گزینه درست: ۴

سوال ۷

گزینه «۴»



با توجه به شکل، دامنه نوسان برابر ۵ cm و $\frac{\Delta \lambda}{F} = 25 \text{ cm}$ است. بنابراین، ابتدا با محاسبه λ ، دوره تناوب را می‌یابیم:

$$\frac{\Delta \lambda}{F} = 25 \Rightarrow \lambda = 25 \text{ cm} = 0.25 \text{ m}$$

$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0.25 \text{ m}}{10 \text{ m/s}} = 0.025 \text{ s}$$

$$\Rightarrow \frac{t_1}{T} = \frac{1}{100} \Rightarrow \frac{t_1}{T} = \frac{1}{100} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{100}$$

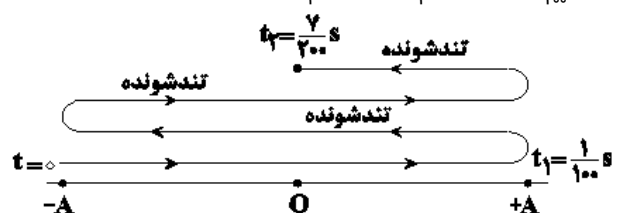
چون ذره M در لحظه $t = 0$ در نقطه A- قرار دارد و جهت حرکت آن به سمت نقطه O است، در لحظه $t_1 = \frac{T}{100}$ به اندازه ۲A بالا می‌رود و به نقطه A+ می‌رسد. بنابراین برای این که بدانیم در بازه زمانی $t_1 = \frac{1}{100} \text{ s}$ تا $t_2 = \frac{1}{100} \text{ s}$ چند ثانیه حرکت ذره M تندیافته است، باید ابتدا مشخص کنیم این بازه زمانی چه کسری از T است و سپس مکان ذره را در لحظه $\frac{1}{100} \text{ s}$ مشخص کنیم:

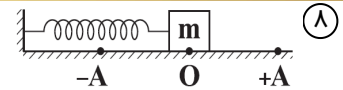
$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{1}{100} - \frac{1}{100} = \frac{0}{100} = \frac{0}{100} \text{ s}$$

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{\frac{0}{100}}{\frac{1}{100}} = \frac{0}{1} \Rightarrow \Delta t = T + \frac{T}{F}$$

چون $\Delta t = T + \frac{T}{F}$ است و نقطه M از نقطه A- شروع به حرکت نموده، بنابراین این ذره بعد از یک دوره تناوب (T) به نقطه A- برمی‌گردد و $\frac{T}{F}$ ثانیه بعد از آن به نقطه تعادل (نقطه O) می‌رسد. بنابراین، اگر مسیر حرکت این ذره را مطابق شکل زیر رسم کنیم، می‌بینیم، این ذره به مدت $\Delta t' = 3 \frac{T}{F}$ به صورت تندیافته در حال حرکت بوده است. دقت کنید، در لحظه‌هایی که ذره نوسانگر به نقطه تعادل (نقطه O) نزدیک می‌شود، حرکتش تندیافته است.

$$\Delta t' = \frac{3T}{F} = 3 \times \frac{0.025}{1} \Rightarrow \Delta t' = \frac{3}{100} \text{ s}$$





گزینه درست: ۳

سوال ۸

گزینه «۳»

برای آن که در یک بازه زمانی حرکت نوسانگر کندشونده باشد باید در آن بازه زمانی نوسانگر در حال دورشدن از نقطه تعادل (مرکز نوسان) باشد. این ویژگی در حالتی به دست می آید که:

۱- بردارهای سرعت (یا تکانه) و شتاب (یا نیرو) در جهت مخالف هم باشند.

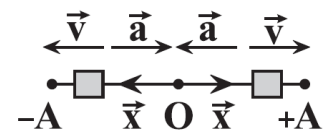
۲- بردارهای مکان و سرعت (یا تکانه) هم جهت باشند.

با توجه به این نکات به بررسی گزینه ها می پردازیم:

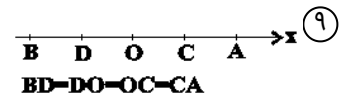
گزینه «۱»: چون شتاب با نیرو هم جهت است، یعنی سرعت و شتاب هم جهت اند، لذا حرکت تندشونده است.

گزینه «۲»: چون تکانه و سرعت همواره هم جهت اند، اگر تکانه و نیرو هم جهت باشند، یعنی سرعت و شتاب هم جهت اند، در نتیجه حرکت تندشونده است.

گزینه «۳»: با توجه به شکل زیر، اگر $\vec{x}$ و $\vec{P}$ (یا $\vec{v}$) هم جهت باشند، حرکت کندشونده است. زیرا در حال دورشدن از نقطه تعادل است.



گزینه «۴»: بنا به رابطه $a = -\omega^2 x$ ، بردارهای شتاب و مکان همواره در خلاف جهت یکدیگرند. یعنی هم در حرکت تندشونده و هم در حرکت کندشونده بردارهای شتاب و مکان مخالف هم اند.

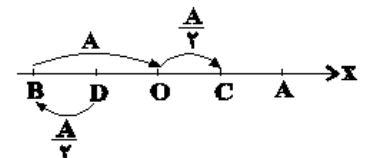


گزینه درست: ۳

سوال ۹

گزینه «۳»

چون در لحظه t حرکت متحرک کندشونده است پس متحرک در این لحظه به سمت نقطه بازگشت یعنی B می رود. از طرفی نقاط D و C وسط دامنه قرار دارند. پس مسافت طی شده توسط متحرک در طول حرکت از نقطه D تا زمانی که برای اولین بار به نقطه C برسد، برابر است با $2A$ و نوسانگر مسافت $2A$ را در مدت زمان $\frac{T}{2}$ طی می کند. پس داریم:



$$\frac{T}{2} = \frac{1}{\lambda_0} \Rightarrow T = \frac{1}{F_0} s$$

با توجه به سؤال دامنه نوسانگر 2 cm است. پس بیشترین تندی نوسانگر برابر است با:

$$v_{\max} = A\omega = A \frac{2\pi}{T} = 2 \times \frac{2\pi}{\frac{1}{F_0}} = 160\pi \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

سوال ۱۰

گزینه درست: ۱

گزینه «۱»

گزینه «۱»

$$x = A \cos \omega t$$

$$\Rightarrow A = 0.1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 50\pi = \frac{2\pi}{T}$$

$$\Rightarrow T = \frac{2}{50} = 0.04 \text{ s}$$

۱۱

گزینه درست: ۳

سوال ۱۱

در حرکت نوسانی ساده، زمانی که نوسانگر به مرکز نوسان نزدیک می‌شود، دارای حرکت تندشونده خواهد بود. در این حالت جهت بردارهای مکان و سرعت نوسانگر در خلاف جهت هم هستند. با توجه به این که نوسانگر می‌تواند در دو طرف حالت تعادل دارای حرکت تندشونده باشد، بنابراین علامت سرعت می‌تواند مثبت و یا منفی باشد.

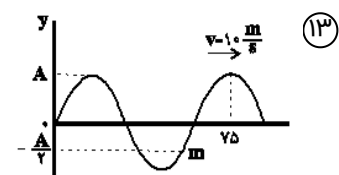
۱۲

گزینه درست: ۴

سوال ۱۲

آونگ ساده وزنه‌ی کوچکی به جرم m است که با نخ سبکی به طول l از یک نقطه آویخته شده است. اگر زاویه‌ی انحراف وزنه از راستای قائم کوچک باشد (کمتر از ۶ درجه)، آنگاه حرکت نوسانی آونگ ساده به صورت یک حرکت هماهنگ ساده است و آن را آونگ ساده‌ی کم‌دامنه می‌نامیم. با استفاده از رابطه‌ی بسامد زاویه‌ای آونگ ساده‌ی کم‌دامنه و معادله‌ی داده شده، می‌توان نوشت:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow \frac{5\pi}{3} = \sqrt{\frac{g}{l}} \xrightarrow{g = \pi^2 \frac{m}{s^2}} \frac{5\pi}{3} = \frac{\pi}{\sqrt{l}} \\ \Rightarrow l = 0.36m = 36cm$$

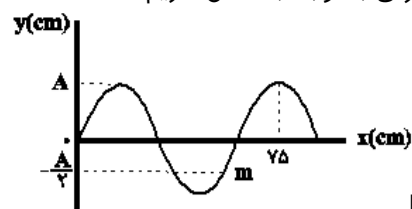


گزینه درست: ۲

سوال ۱۳

گزینه «۲»

با توجه به جهت انتشار موج و این نکته که اینکه هر ذره از طناب نوسان ذره قبل خود را تکرار می‌کند پس جهت ذره m به سمت نقطه بازگشت $-A$ است. از طرفی با توجه به شکل داریم:



$$\lambda + \frac{\lambda}{4} = 75 \Rightarrow \frac{5}{4}\lambda = 75 \Rightarrow \lambda = 60cm$$

$$V = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow T = \frac{0.6}{10} = 0.06s$$

می‌دانیم که ذره در نقاط بازگشت تغییر جهت می‌دهد و با توجه به شکل داریم: $\Delta t = \frac{T}{4} + \frac{T}{4} = 0.01 + 0.03 = 0.04s$

۱۴

گزینه درست: ۲

سوال ۱۴

گزینه «۲»

با استفاده از رابطه دوره نوسان‌های یک آونگ ساده کم‌دامنه، داریم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow \frac{T_e}{T_m} = \sqrt{\frac{g_m}{g_e}} \xrightarrow{T_e=T_m} g_e = g_m \\ g = G\frac{M}{r^2} \rightarrow \frac{M_e}{(R_e+r)^2} = \frac{M_m}{R_m^2} \Rightarrow \left(\frac{R_e+r}{R_m}\right)^2 = \frac{M_e}{M_m} \\ \xrightarrow{\frac{M_e}{M_m}=11} \frac{R_e+r}{R_m} = 3 \xrightarrow{R_m=\frac{1}{3}R_e} r = 1/25 R_e$$

۱۵

گزینه درست: ۳

سوال ۱۵

گزینه «۳»

$$E_B = 5E_A \Rightarrow \frac{hc}{\lambda_B} = 5 \frac{hc}{\lambda_A} \Rightarrow \lambda_A = 5\lambda_B (*)$$

$$\lambda_A - \lambda_B = 40 \xrightarrow{(*)} 5\lambda_B - \lambda_B = 40$$

$$\Rightarrow \lambda_B = 10nm \text{ و } \lambda_A = 50nm$$

برای محاسبه بسامد پرتوی B، می‌توان نوشت:

$$f_B = \frac{c}{\lambda_B} = \frac{3 \times 10^8}{10 \times 10^{-9}} = 3 \times 10^{16} Hz$$

۱۶

گزینه درست: ۲

سوال ۱۶

گزینه «۲»

ابتدا تعداد نوسان‌های کاملی که نوسانگر در مدت ۲ ثانیه انجام می‌دهد را به دست می‌آوریم:

$$n = \frac{t}{T} \xrightarrow{f = \frac{1}{T}} n = tf \xrightarrow{t=2s, f=4Hz} n = 8 \text{ نوسان}$$

مسافتی که نوسانگر در هر نوسان کامل طی می‌کند، برابر با چهار برابر دامنه نوسان است. بنابراین مسافت طی شده توسط نوسانگر در ۸ بار نوسان کامل برابر است با:

$$\ell = 8 \times 4A = 32A \xrightarrow{A=2cm} \ell = 64cm$$

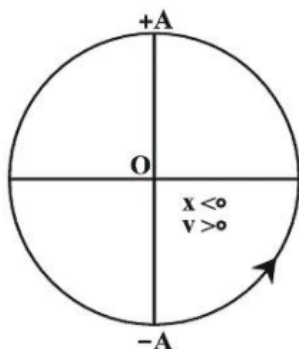
۱۷

گزینه درست: ۱

سوال ۱۷

مطابق شکل زیر، نوسانگر در ربع چهارم دایره‌ی نوسانی قرار دارد. بنابراین نوسانگر به مرکز نوسان نزدیک می‌شود و در نتیجه حرکت آن تندشونده است. از طرفی باتوجه به رابطه‌ی شتاب - مکان داریم:

$$a = -\omega^2 x \xrightarrow{x < 0} a > 0$$



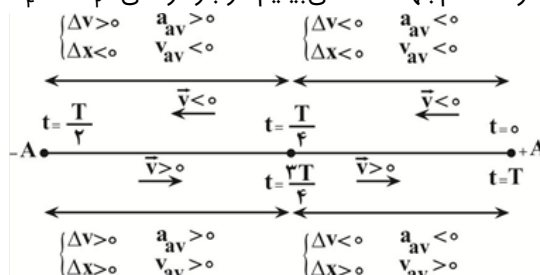
۱۸

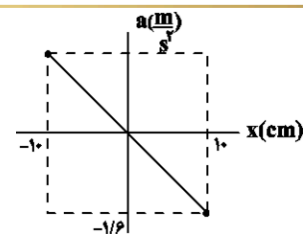
گزینه درست: ۳

سوال ۱۸

گزینه «۳»

مطابق شکل زیر و با توجه به این که بردار سرعت متوسط با بردار جابه‌جایی و همچنین بردار شتاب متوسط با بردار تغییر سرعت هم‌جهت‌اند، می‌بینیم در بازه‌ی زمانی $\frac{T}{4}$ تا $\frac{3T}{4}$ ، $\vec{a}_{av}$ و $\vec{v}_{av}$ هر دو در جهت محور x هستند





گزینه درست: ۱

سوال ۱۹

گزینه «۱»

می‌دانیم دوره تناوب سامانه جرم - فنر از رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ به دست می‌آید. بنابراین، ابتدا با استفاده از قانون دوم نیوتون و

رابطه $F_e = kx$ ، نسبت $\frac{m}{k}$ را می‌یابیم:

$$F_{net} = ma \xrightarrow{F_{net} = F_e = -kx} -kx = ma \xrightarrow{x = 0/1} a = -1/6 \frac{m}{s^2}$$

$$-k \times 0/1 = m \times (-1/6) \Rightarrow \frac{m}{k} = \frac{1}{16} s^2$$

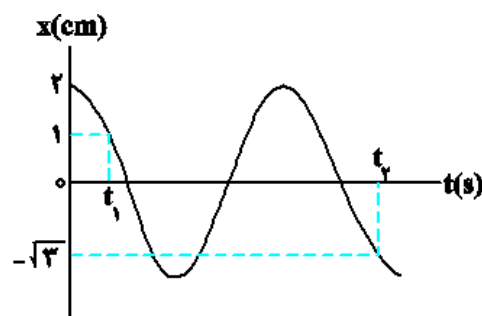
اکنون می‌توان T را به دست آورد:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{16}} = 2\pi \times \frac{1}{4} \Rightarrow T = \frac{\pi}{2} s$$

دقت کنید، با استفاده از رابطه $a_{max} = A\omega^2$ می‌توان سریع‌تر به جواب رسید.

$$a_{max} = A\omega^2 \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} a_{max} = A \times \frac{4\pi^2}{T^2} \xrightarrow{A = 0/1m} a_{max} = 1/6 \frac{m}{s^2}$$

$$1/6 = 0/1 \times \frac{4\pi^2}{T^2} \Rightarrow T = \frac{\pi}{2} s$$



۲۰

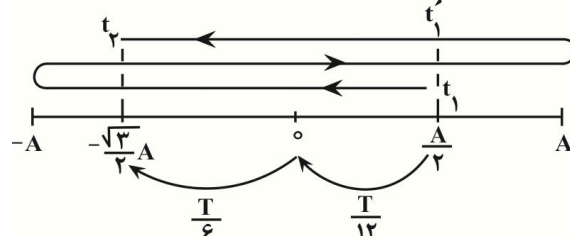
گزینه درست: ۴

سوال ۲۰

گزینه «۴»

اگر مطابق شکل زیر، مسیر حرکت نوسانگر را رسم کنیم، می‌بینیم بازه زمانی بین t_1 تا t'_1 برابر با یک دوره تناوب (T) و بازه زمانی بین t_1 و t_2 برابر با $\frac{T}{6} + \frac{T}{12}$ است.

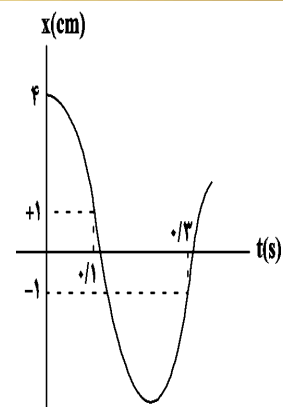
بنابراین در مجموع داریم:



$$t_2 - t_1 = T + \frac{T}{12} + \frac{T}{6} = \frac{5T}{4} \xrightarrow{t_2 - t_1 = 0/2s} \frac{5T}{4} = 0/2s$$

$$\Rightarrow T = \frac{0/2}{5/4} = \frac{4}{5} s \xrightarrow{f = \frac{1}{T}} f = \frac{5}{4} Hz \Rightarrow f = \frac{1.25}{1} Hz$$

۲۱

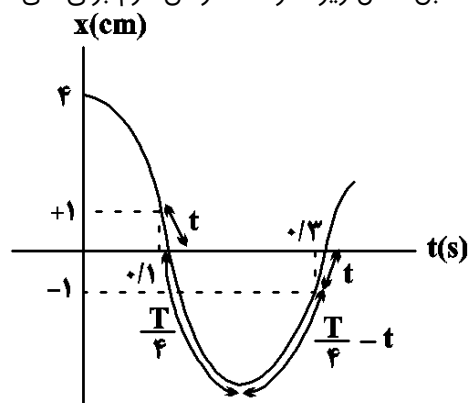


گزینه درست: ۴

سوال ۲۱

گزینه «۴»

مطابق شکل زیر، اگر مدت زمان لازم برای طی مسیر توسط نوسانگر از نقاط $x = \pm 1 \text{ cm}$ تا نقطه تعادل را t فرض کنیم، داریم:



$$\Delta t_{1-0} = t + \frac{T}{4} + \left(\frac{T}{4} - t \right) = \frac{T}{2}$$

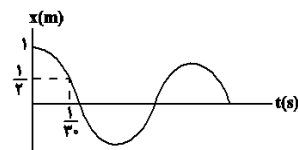
$$\frac{\Delta t_{1-0} = 0.3 - 0.1 = 0.2 \text{ s}}{\frac{T}{2}} \rightarrow \frac{T}{2} = 0.2 \text{ s} \Rightarrow T = 0.4 \text{ s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.4} = 5\pi \text{ rad/s}$$

$$v_{\max} = A\omega = 4 \times 5\pi = 20\pi \text{ cm/s}$$

در نقطه تعادل تندی بیشینه است:

۲۲



گزینه درست: ۱

سوال ۲۲

گزینه «۳»

با استفاده از رابطه تراز شدت صوت $(\beta = 10 \log \frac{I}{I_0})$ به صورت زیر، $\beta_1 - \beta_2$ را پیدا می‌کنیم:

$$\beta_1 - \beta_2 = 10 \left(\log \frac{I_1}{I_0} - \log \frac{I_2}{I_0} \right) \xrightarrow{\log \frac{a}{b} = \log a - \log b} \beta_1 - \beta_2 = 10 \log \frac{I_1}{I_2}$$

$$\beta_1 - \beta_2 = 10 \log \frac{I_1}{I_2} \xrightarrow{I = \frac{P}{A}} \beta_1 - \beta_2 = 10 \log \frac{\frac{P_1}{A_1}}{\frac{P_2}{A_2}}$$

$$\Rightarrow \beta_1 - \beta_2 = 10 \log \frac{A_2}{A_1} \xrightarrow{\frac{A_2 = 4 \text{ cm}^2}{A_1 = 1 \text{ cm}^2}} \beta_1 - \beta_2 = 10 \log \frac{4}{1}$$

$$\Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log 2 \xrightarrow{\log 2 = 0.3} \beta_1 - \beta_2 = 10 \times 0.3 = 3$$

$$\Rightarrow \beta_1 = \beta_2 + 3 \text{ dB}$$

می‌بینیم، تراز شدت صوت دریافتی توسط شخص (۱)، ۳ دسی‌بل بیشتر از تراز شدت صوت دریافتی توسط شخصی (۲) است.

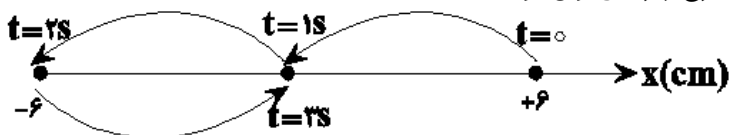
گزینه «۳»

ابتدا دوره تناوب نوسانگر را می‌یابیم:

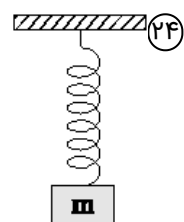
$$x = 0.06 \cos \frac{\pi}{4} t \Rightarrow \begin{cases} \omega = \frac{\pi}{4} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\ A = 0.06 \text{ m} = 6 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \xrightarrow{\omega = \frac{\pi}{4} \frac{\text{rad}}{\text{s}}} \frac{\pi}{4} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 4 \text{ s}$$

با توجه به این که دوره تناوب $T = 4 \text{ s}$ است، مدت زمان $\Delta t = 3 - 0 = 3 \text{ s}$ برابر $\frac{3}{4}$ دوره تناوب می‌باشد. بنابراین، با توجه به طرح زیر، می‌توان نوشت:



$$l = 3A \xrightarrow{A=6 \text{ cm}} l = 3 \times 6 = 18 \text{ cm}$$



گزینه «۳»

وقتی جسم را 5 cm پایین بکشیم و رها کنیم، جسم با دامنه $A = 5 \text{ cm}$ حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. بنابراین، ابتدا با محاسبه بسامد زاویه‌ای، معادله حرکت نوسانگر را می‌نویسیم و سپس مکان نوسانگر را در لحظه $t = \frac{1}{4} \text{ s}$ به دست می‌آوریم:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \xrightarrow[k=90 \frac{\text{N}}{\text{m}}]{m=10 \times 10^{-2} \text{ kg}} \omega = \sqrt{\frac{90}{10 \times 10^{-2}}} = \sqrt{900} = 30 \text{ rad/s}$$

$$\xrightarrow{\pi^2=10} \omega = \sqrt{\frac{900 \times \pi^2}{10}} \Rightarrow \omega = \frac{30\pi}{\sqrt{10}} = 15\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$x = A \cos \omega t \xrightarrow{A=5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}} x = 0.05 \cos 15\pi t$$

$$\xrightarrow{t=\frac{1}{4} \text{ s}} x = 0.05 \cos(15\pi \times \frac{1}{4}) \Rightarrow x = 0.05 \cos \frac{15\pi}{4}$$

$$\xrightarrow{\cos \frac{15\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}} x = 0.05 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ m}$$

اکنون، شتاب حرکت نوسانگر را در مکان $x = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ m}$ می‌یابیم:

$$a = -\omega^2 x \xrightarrow{x=\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ m}} a = -225\pi^2 \times \frac{1}{\sqrt{2}}$$

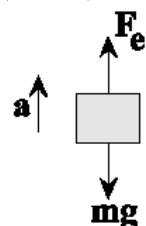
$$\xrightarrow{\pi^2=10} a = -225 \times \frac{10}{\sqrt{2}} \Rightarrow a = -\frac{2250}{\sqrt{2}} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

در آخر، با در نظر گرفتن جهت مثبت به طرف پایین، با استفاده از قانون دوم نیوتون نیروی کشسانی فنر را که بر جسم وارد می‌شود، پیدا می‌کنیم:

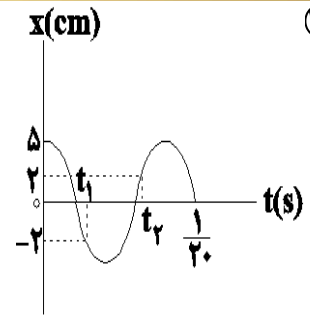
$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - F_e = ma$$

$$\xrightarrow{m=10 \times 10^{-2} \text{ kg}} 0.04 \times 10 - F_e = 0.04 \times (-\frac{2250}{\sqrt{2}})$$

$$\Rightarrow F_e = 0.4 + 2/25 = 2/65 \text{ N}$$



(۲۵)

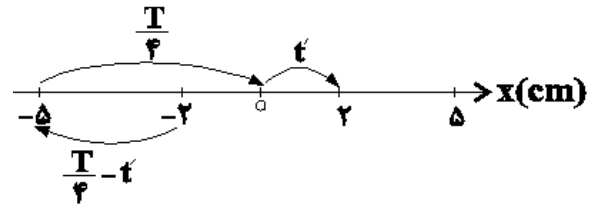


گزینه درست: ۳

سوال ۲۵

گزینه «۳»

با توجه به نمودار داریم: $T + \frac{T}{4} = \frac{1}{10} \rightarrow T = \frac{1}{40} s$



از طرفی بازه زمانی که در آن نوسانگر از $-2cm$ به $-5cm$ رفته و سپس به $+2cm$ می‌رود، برابر است با:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{T}{4} - t' + \frac{T}{4} + t'$$

که در آن زمانی است که طول می‌کشد تا متحرک فاصله مبدأ تا $x = 2cm$ را طی کند.

$$t_2 - t_1 = \frac{T}{4} = \frac{1}{40} s$$

جابه‌جایی متحرک در این بازه زمانی برابر است با $\Delta x = 4cm = 0.04m$ پس سرعت متوسط را می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4 \times 10^{-2}}{\frac{1}{40}} = 2 \frac{m}{s}$$

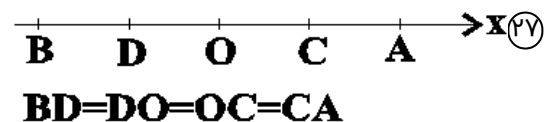
(۲۶)

گزینه درست: ۳

سوال ۲۶

گزینه «۳»

در حرکت نوسانی ساده، زمانی که نوسانگر از مرکز نوسان دور می‌شود، حرکت آن کندشونده خواهد بود. در این حالت بردارهای مکان و سرعت نوسانگر هم جهت با یکدیگر هستند. از طرفی در حرکت هماهنگ ساده رابطه $a = -\omega^2 x$ همواره بردارهای مکان و شتاب خلاف جهت یکدیگرند.

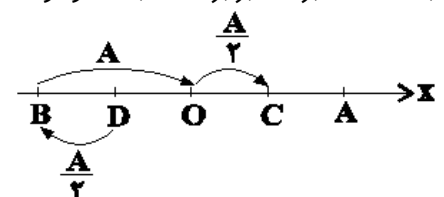


گزینه درست: ۳

سوال ۲۷

گزینه «۳»

چون در لحظه t حرکت متحرک کندشونده است پس متحرک در این لحظه به سمت نقطه بازگشت یعنی B می‌رود. از طرفی نقاط D و C وسط دامنه قرار دارند. پس مسافت طی شده توسط متحرک در طول حرکت از نقطه D تا زمانی که برای اولین بار به نقطه C برسد، برابر است با $2A$ و نوسانگر مسافت $2A$ را در مدت زمان $\frac{T}{4}$ طی می‌کند. پس داریم:



$$\frac{T}{4} = \frac{1}{40} \Rightarrow T = \frac{1}{10} s$$

با توجه به سؤال دامنه نوسانگر $2cm$ است. پس بیش‌ترین تندی نوسانگر برابر است با:

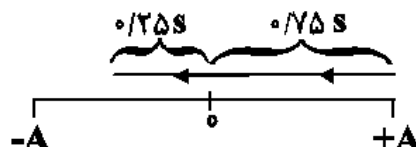
$$v_{max} = A\omega = A \frac{2\pi}{T} = 2 \times \frac{2\pi}{\frac{1}{10}} = 160\pi \frac{cm}{s}$$

گزینه «۱»

چون نوسانگر از A حرکت هماهنگ ساده خود را آغاز کرده و برای اولین بار در $t = ۰/۷۵ s$ از مرکز نوسان عبور کرده است، داریم:

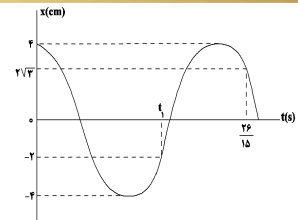
$$\frac{T}{4} = ۰/۷۵ \Rightarrow T = ۳ s$$

بازه زمانی صفر تا $۱۰ s$ شامل سه دوره تناوب به علاوه یک ثانیه است. می‌دانیم در هر دوره تناوب، نصف مدت دوره، حرکت نوسانگر کندشونده (مجموع زمان‌هایی که متحرک از نقطه تعادل دور می‌شود) و نصف مدت دوره، حرکت نوسانگر تندشونده (مجموع زمان‌هایی که متحرک به نقطه تعادل نزدیک می‌شود) است. بنابراین در ۹ ثانیه ابتدایی حرکت، مجموعاً $۴/۵$ ثانیه حرکت نوسانگر کندشونده است. حرکت نوسانگر در ثانیه آخر مطابق با شکل زیر است:



با توجه به شکل، در ثانیه آخر، تنها $۰/۲۵ s$ حرکت نوسانگر کندشونده است. بنابراین کل مدت زمانی که نوسانگر طی بازه زمانی صفر تا $۱۰ s$ دارای حرکت کندشونده است، برابر است با:

$$\Delta t = ۴/۵ + ۰/۲۵ \Rightarrow \Delta t = ۴/۷۵ s$$



۲۹

گزینه درست: ۱

سوال ۲۹

گزینه «۱»

روش اول: با توجه به این که نوسانگر در لحظه $t = \frac{26}{15} s$ در مکان $x = 2\sqrt{3} cm$ است، با استفاده از رابطه $x = A \cos \omega t$ ، بسامد زاویه‌ای را می‌یابیم:

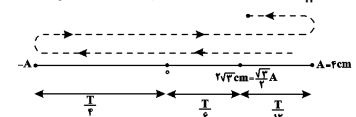
$$x = A \cos \omega t \xrightarrow{x=2\sqrt{3} cm, t=\frac{26}{15} s, A=2 cm} 2\sqrt{3} = 2 \cos \omega \times \frac{26}{15} \Rightarrow \cos \frac{26}{15} \omega = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$$

$$\frac{26}{15} \omega = 2\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow \frac{26}{15} \omega = \frac{13\pi}{6} \Rightarrow \omega = \frac{5\pi}{2} \frac{rad}{s}$$

اکنون می‌توان t_1 را به دست آورد. چون در لحظه t_1 مکان نوسانگر برابر $x = -2 cm$ است، داریم:

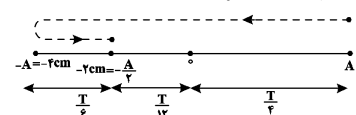
$$x = A \cos \omega t \xrightarrow{x=-2 cm, A=2 cm} -2 = 2 \cos \frac{5\pi}{2} t_1 \Rightarrow \cos \frac{5\pi}{2} t_1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{5\pi}{2} t_1 = \pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{5\pi}{2} t_1 = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow t_1 = \frac{16}{15} s$$

روش دوم: با توجه به شکل زیر، نوسانگر پس از یک نوسان کامل که زمان آن T است، از مکان $+A$ به $\frac{\sqrt{3}}{2}A$ می‌رود که زمان آن $\frac{T}{12}$ می‌باشد. بنابراین داریم:



$$T + \frac{T}{12} = \frac{26}{15} \Rightarrow \frac{13T}{12} = \frac{26}{15} \Rightarrow T = \frac{24}{15} s$$

برای لحظه t_1 ، نوسانگر بعد از نصف نوسان از مکان $A = 2 cm$ به مکان $-2 cm = -\frac{A}{2}$ می‌رود که زمان آن برابر $\frac{T}{6}$ است. بنابراین داریم:



$$t_1 = \frac{T}{6} + \frac{T}{6} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{3} = \frac{24}{3} \Rightarrow t_1 = \frac{8}{15} s$$

۳۰

گزینه درست: ۱

سوال ۳۰

گزینه «۱»

برای محاسبه جابه‌جایی نوسانگر، ابتدا مکان آن را در لحظه‌های $t_1 = 2 s$ و $t_2 = 6 s$ می‌یابیم:

$$x = 0.04 \cos \frac{\pi}{6} t$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2 s \Rightarrow x_1 = 0.04 \cos \frac{\pi}{6} \times 2 = 0.04 \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x_1 = 0.02 \\ t_2 = 6 s \Rightarrow x_2 = 0.04 \cos \frac{\pi}{6} \times 6 = 0.04 \cos \pi \Rightarrow x_2 = -0.04 \end{cases}$$

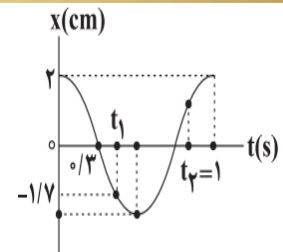
بنابراین جابه‌جایی نوسانگر برابر است با: $\Delta x = x_2 - x_1 = 0 - 0.02 \Rightarrow \Delta x = -0.02 m$

برای محاسبه مسافت طی شده، می‌دانیم نوسانگر در هر دوره تناوب، ۴ برابر دامنه نوسان، مسافت طی می‌کند و در هر نصف دوره تناوب، به اندازه ۲ برابر دامنه نوسان مسافت طی می‌کند، بنابراین داریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \xrightarrow{\omega = \frac{\pi}{6}} \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 4 s$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 6 - 2 = 4 s$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta t}{T} = \frac{4}{4} = 1 \Rightarrow \text{مسافت طی شده} = \Delta l = 2A = 2 \times 0.04 = 0.08 m = 8 cm$$



۳۱

گزینه درست: ۴

سوال ۳۱

گزینه «۴»

برای تعیین تندی متوسط باید مکان نوسانگر در لحظه t_1 و مکان نوسانگر در لحظه t_2 (یعنی x_2) را بیابیم. برای این منظور، یکی از راه‌حل‌ها، استفاده از معادله حرکت است. بنابراین ابتدا معادله حرکت را می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} \frac{T}{2} = 0/3 \Rightarrow T = 1/2 \text{ s} \\ \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1/2} \Rightarrow \omega = \frac{4\pi}{1} \text{ rad/s} \\ A = 2 \text{ cm} \\ \Rightarrow x = A \cos \omega t \longrightarrow x = 2 \cos 4\pi t \end{aligned}$$

با داشتن معادله حرکت، لحظه t_1 را می‌یابیم. چون نوسانگر در لحظه t_1 در مکان $x = -1/2 \text{ cm}$ است، داریم:

$$\begin{aligned} x = 2 \cos 4\pi t \Rightarrow -1/2 = 2 \cos 4\pi t_1 \\ \frac{1}{2} = -\sqrt{2} \cos 4\pi t_1 \Rightarrow \cos 4\pi t_1 = -\frac{\sqrt{2}}{2} = \cos \frac{3\pi}{4} \Rightarrow 4\pi t_1 = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow t_1 = \frac{3}{16} \text{ s} \end{aligned}$$

برای محاسبه مکان نوسانگر در لحظه $t_2 = 1 \text{ s}$ می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} x_2 = 2 \cos 4\pi t_2 \xrightarrow{t_2=1 \text{ s}} x_2 = 2 \cos 4\pi \times 1 \\ \cos 4\pi = 1 \\ \longrightarrow x_2 = 2 \times 1 \Rightarrow x_2 = 2 \text{ cm} \end{aligned}$$

اکنون مسافت طی شده در بازه زمانی t_1 تا t_2 را پیدا می‌کنیم. با توجه به نمودار، نوسانگر ابتدا از مکان $-1/2 \text{ cm}$ به مکان 2 cm در خلاف جهت محور جابه‌جا شده است و سپس از مکان 2 cm به مکان 1 cm رفته است؛ بنابراین مسافت طی شده در مجموع برابر است با:

$$\ell = 0/2 + 2 = 2/2 \text{ cm}$$

در نهایت تندی متوسط برابر است با:

$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow[\ell=2/2 \text{ cm}]{\Delta t=t_2-t_1=1-\frac{3}{16}=\frac{13}{16} \text{ s}} S_{av} = \frac{2/2}{13/16} \Rightarrow S_{av} = 6/13 \text{ cm/s}$$

۳۲

گزینه درست: ۲

سوال ۳۲

گزینه «۲»

ابتدا دوره تناوب نوسان فنر را به دست می‌آوریم و سپس مدت زمانی که طول می‌کشد ۵ نوسان انجام دهد را محاسبه می‌کنیم.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \xrightarrow[m=200 \frac{\text{N}}{\text{m}}]{m=0/5 \text{ kg}} T = 2 \times 2\pi \sqrt{\frac{0/5}{200}} = 2 \times 2 \times \frac{1}{20} = 0/2 \text{ s}$$

$$n = \frac{t}{T} \xrightarrow[T=0/2 \text{ s}]{n=5} 5 = \frac{t}{0/2} \Rightarrow t = 1/5 \text{ s}$$

۳۳

گزینه درست: ۱

سوال ۳۳

گزینه «۱»

با توجه به رابطه تندی بیشینه و بسامد زاویه‌ای در حرکت هماهنگ ساده وزنه و فنر داریم:

$$V_{\max} = A\omega \xrightarrow[\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}, A'=A]{k'=k, m'=m} \frac{V'_{\max}}{V_{\max}} = \frac{A' \sqrt{\frac{k'}{m'}}}{A \sqrt{\frac{k}{m}}} = 1$$

اکنون با توجه به رابطه انرژی مکانیکی در حرکت هماهنگ ساده داریم:

$$E = \frac{1}{2} k A^2 \xrightarrow[k'=k, A'=A]{k'=\frac{1}{2}k} \frac{E'}{E} = \frac{1}{2}$$

گزینه «۲»

ابتدا سعی می‌کنیم تا معادله داده شده را شبیه معادله $(a = -\omega^2 x)$ کنیم:
 حال می‌توان با توجه به رابطه $(\omega = \frac{v\pi}{T})$ ، دوره حرکت را محاسبه کرد:

$$\frac{1}{4}a + 8x = 0 \Rightarrow \frac{1}{4}a = -8x \Rightarrow a = -16x \Rightarrow \omega^2 = 16 \Rightarrow |\omega| = 4$$

از طرفی چو ندر دامنه‌ها، شتاب بیشینه است، با جاگذاری $a_{\max}$ در رابطه داده شده می‌توان اندازه دامنه را محاسبه کرد:

$$4 = \frac{v\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{v\pi}{4} \xrightarrow{\pi=3} T = \frac{3}{4} = 1/5s$$

برای محاسبه مسافت طی شده باید دقت شود که مدت زمان داده شده (یعنی ۴/۵ ثانیه اول)، ۳ برابر دوره حرکت است ($\frac{t}{T} = 3$) و در ۳ دوره، مسافت طی شده $(3 \times 4A) = 12A$ خواهد شد، پس:
 مسافت طی شده $= 12A = 12 \times \frac{1}{8} = 1/5m$

گزینه «۴»

می‌دانیم دوره تناوب آونگ به جرم گلوله آونگ بستگی ندارد و فقط به طول نخ و شتاب گرانش وابسته است.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

دوره تناوب وزنه - فنر به جرم متصل به فنر و سختی فنر وابسته است.

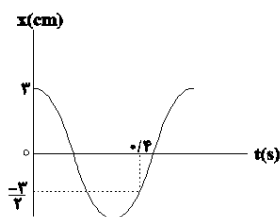
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1} \cdot \frac{g_1}{g_2}} \xrightarrow{\substack{L_2=L_1 \\ g_2=\frac{1}{9}g_1}} \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{1 \times 9} = 3$$

$$\Rightarrow T_2 = 3T_1$$

برای وزنه - فنر داریم:

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \xrightarrow{m_2=9m_1} \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{9} = 3 \Rightarrow T_2 = 3T_1$$



گزینه «۱»

از روی نمودار ابتدا بسامد زاویه‌ای نوسانگر را به دست می‌آوریم:

$$x = A \cos \omega t \xrightarrow{\substack{x=-\frac{1}{4}cm \\ A=\frac{1}{4}cm}} \cos \omega t = \frac{-1}{4}$$

با توجه به نمودار $t = 0.5s$

$$\xrightarrow{} \omega t = \frac{3\pi}{4} rad \xrightarrow{} \omega \times \frac{1}{2} = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \omega = \frac{3\pi}{2} \frac{rad}{s}$$

اکنون با توجه به رابطه بیشینه انرژی جنبشی نوسانگر داریم:

$$k_{\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 \xrightarrow{v_{\max}=A\omega} k_{\max} = \frac{1}{2}mA^2\omega^2$$

$$A = 3cm = 3 \times 10^{-2}m$$

$$\omega = \frac{3\pi}{2} \frac{rad}{s}, m = 50g = 5 \times 10^{-2}kg$$

$$k_{\max} = \frac{1}{2} \times 5 \times 10^{-2} \times 9 \times 10^{-2} \times \left(\frac{3\pi}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow k_{\max} = 2 \times 10^{-2}J = 2mJ$$

(۳۷)

سوال ۳۷

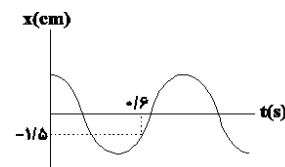
گزینه درست: ۱

گزینه «۱»

با توجه به رابطه شتاب بیشینه و سرعت زاویه‌ای در حرکت هماهنگ ساده داریم:

$$a_{\max} = \omega^2 A \xrightarrow{A' = A} \frac{a'_{\max}}{a_{\max}} = \frac{\omega'^2}{\omega^2} \xrightarrow{\omega' = \sqrt{\frac{K'}{m'}}, m' = o/\lambda m} \frac{\omega'^2}{\omega^2} = \frac{K'}{K} \xrightarrow{K' = 1/2 K} \frac{1/2}{1} = \frac{1}{2}$$

(۳۸)

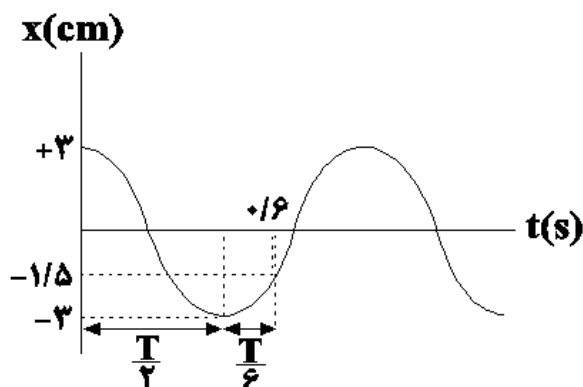


سوال ۳۸

گزینه درست: ۲

گزینه «۲»

ابتدا از روی نمودار دوره تناوب و سپس بسامد زاویه‌ای نوسانگر را به دست می‌آوریم:

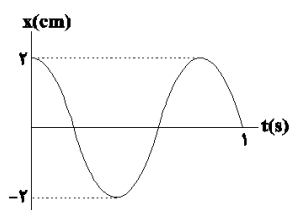


$$\frac{T}{2} + \frac{T}{6} = 0.6s \Rightarrow \frac{2T}{3} = 0.6s \Rightarrow T = 0.9s \xrightarrow{t=2s} \frac{t}{T} = \frac{2}{0.9} \Rightarrow t = 2T + \frac{2}{9}T \Rightarrow \frac{2T}{9} < \frac{T}{6}$$

نوسانگر از مکان $+A$ در حال نزدیک شدن به مرکز نوسان است.

در این موقعیت سرعت و شتاب هر دو منفی و مکان مثبت است.

(۳۹)



سوال ۳۹

گزینه درست: ۲

گزینه «۲»

از روی نمودار دوره تناوب آونگ را روی سطح زمین به دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta T}{F} = 1s \Rightarrow T = \frac{F}{\Delta} s \xrightarrow{\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}} \frac{T_F}{T_1} = \sqrt{\frac{g_1}{g_F}} \xrightarrow{g_F = \frac{g_1}{F}} \frac{T_F}{T_1} = 2 \xrightarrow{T_1 = \frac{F}{\Delta} s} T_F = \frac{\lambda}{\Delta} s \xrightarrow{\omega_F = \frac{2\pi}{T_F}} \omega_F = \frac{2\pi}{\frac{\lambda}{\Delta}} = \frac{\Delta \pi}{F} \frac{rad}{s}$$

(۴۰)

سوال ۴۰

گزینه درست: ۴

گزینه «۴»

انرژی جنبشی نوسانگر در لحظه‌ای که از مرکز نوسان عبور می‌کند بیشینه و برابر است با:

$$K_{\max} = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2$$

از طرفی نیروی خالص وارد بر نوسانگر هنگامی که در فاصله x از مرکز نوسان قرار دارد برابر است با:

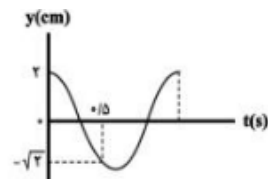
$$F = ma \xrightarrow{a = -\omega^2 x} F = -m\omega^2 x \xrightarrow{K_{\max} = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2}$$

$$K_{\max} = \frac{1}{2} \left| \frac{F}{x} \right| A^2 \xrightarrow{x = F \text{ cm} = 0.05 \text{ F m}, F = 0.1 \text{ N}} \xrightarrow{A = \frac{F}{k} = 12 \text{ cm} = 0.12 \text{ m}}$$

$$K_{\max} = \frac{1}{2} \times \frac{0.1}{0.05} \times \left(\frac{12}{100} \right)^2 = \frac{144}{1000} \text{ J} = 144 \text{ mJ}$$

دقت کنید چون متحرک در ۸ سانتی‌متری انتهای پاره‌خط نوسان قرار دارد. بنابراین در ۴ سانتی‌متری مرکز نوسان است.

(۴۱)



سوال ۴۱

گزینه درست: ۲

گزینه «۲»

$$y = A \cos \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow -\sqrt{2} = 2 \cos \left(\frac{2\pi}{T} \times 0.5 \right)$$

$$\Rightarrow \cos \left(\frac{\pi}{T} \right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} = \cos \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \frac{\pi}{T} = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow T = \frac{4}{3} \text{ s}$$

می‌دانیم دوره حرکت نوسانگر از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{4}{3} = 2\pi \sqrt{\frac{0.1}{k}}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3} = \pi^2 \times \frac{0.1}{k} = \frac{1}{k} \Rightarrow k = \frac{9}{4} \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

(۴۲)

سوال ۴۲

گزینه درست: ۴

گزینه «۴»

با توجه به اینکه در یک دوره (T) نوسانگر تنها به مدت $\frac{T}{4}$ نوع حرکتش کندشونده است، بنابراین:

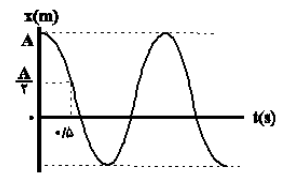
$$\frac{T}{4} = 0.01 \Rightarrow T = 0.04 \text{ s}$$

در نتیجه:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.04} = 100\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

حال با توجه به رابطه تندی بیشینه نوسانگر هماهنگ ساده، داریم:

$$v_{\max} = A\omega = 0.08 \times 100\pi = 8\pi \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



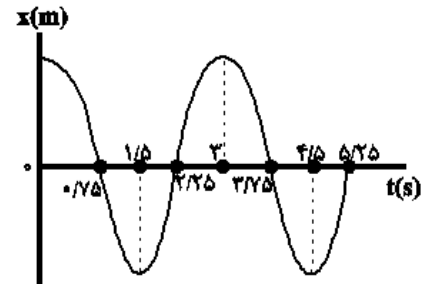
(۴۳)

گزینه درست: ۱

سوال ۴۳

گزینه ۱

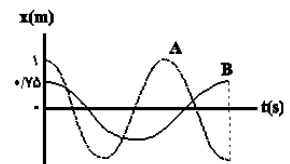
ابتدا با استفاده از معادله مکان- زمان نوسانگر هماهنگ ساده، دوره را به دست می آوریم:



$$x = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \Rightarrow \frac{A}{2} = A \cos\left(\frac{2\pi}{T} \times 0.5\right) \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{T}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{T} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow T = 3s$$

در قسمت هایی از نمودار مکان- زمان که دهانه نمودار رو به پایین است، شتاب منفی (در خلاف جهت x) می باشد.
در قسمت هایی از نمودار مکان- زمان که در حال نزدیک شدن به دو انتهای مسیر نوسان هستیم، انرژی جنبشی نوسانگر در حال کاهش است.



(۴۴)

گزینه درست: ۴

سوال ۴۴

گزینه ۴

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2, \quad \omega = \frac{2\pi}{T}, \quad \frac{T_A}{2} = T_B \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{E_B}{E_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \left(\frac{T_A}{T_B}\right)^2 \times \left(\frac{A_B}{A_A}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{E_B}{E_A} = 2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 = 2 \times \frac{4}{9} \times \frac{9}{16} = \frac{1}{2}$$

(۴۵)

گزینه درست: ۲

سوال ۴۵

گزینه ۲

با دور شدن از مرکز نوسان، تندی نوسانگر کاهش می یابد و بنابراین انرژی جنبشی آن کاهش می یابد و از طرفی با توجه به رابطه شتاب در حرکت هماهنگ ساده ($a = -\omega^2 x$) با دور شدن نوسانگر از مرکز نوسان اندازه شتاب افزایش می یابد.

(۴۶)

سوال ۴۶

گزینه درست: ۳

گزینه «۳»

$$g_h = \frac{GM_e}{(R_e + h)^2} \xrightarrow{h = \frac{R_e}{\sqrt{2}}} \frac{g_h}{g} = \frac{R_e^2}{(R_e + \frac{R_e}{\sqrt{2}})^2} \Rightarrow g_h = \frac{4}{9}g$$

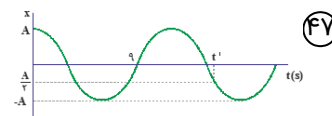
$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}, g = \pi^2 \frac{m}{s^2}} \frac{2\pi}{T} = \pi \sqrt{\frac{1}{L}} \Rightarrow T = 2\sqrt{L}$$

$$T_1 = \frac{t}{n_1}, t = 20s, n_1 = 30 \xrightarrow{\frac{20}{30} = \frac{2}{3}} \frac{20}{3} = 2\sqrt{L} \Rightarrow L = 1m \quad (I)$$

$$\omega' = \sqrt{\frac{g_h}{L'}} \xrightarrow{g_h = \frac{4}{9}g, \omega' = \frac{2\pi}{T'}, t' = 20s, g = \pi^2 \frac{N}{kg}, T' = \frac{t'}{n'}, n' = 50} \frac{2\pi}{T'} = \sqrt{\frac{4}{9} \frac{\pi^2}{L'}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{T'} = \frac{1}{3} \frac{1}{\sqrt{L'}} \Rightarrow \frac{5}{6} = \frac{1}{3\sqrt{L'}} \Rightarrow L' = \frac{4}{9}m \quad (II)$$

$$I, II \Rightarrow L' - L = \frac{4}{9} - 1 = -\frac{5}{9}m = -14.4cm$$



(۴۷)

سوال ۴۷

گزینه درست: ۱

گزینه «۱»

از روی نمودار داریم:

معادله مکان - زمان نوسانگر را می‌نویسیم. داریم:

$$x = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \Rightarrow \frac{-A}{A} = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \Rightarrow \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) = \frac{-1}{A}$$

در لحظه t' ، متحرک در مکان‌های منفی و با سرعت منفی است. بنابراین با توجه به این‌که یک دوره از حرکت گذشته است، فازحرکت برابر با $(2\pi + \frac{2\pi}{3})$ رادیان خواهد بود. داریم:

$$\cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) = \cos\left(2\pi + \frac{2\pi}{3}\right) \Rightarrow \frac{2\pi}{T}t = \frac{8\pi}{3} \Rightarrow t = 16s$$

(۴۸)

سوال ۴۸

گزینه درست: ۲

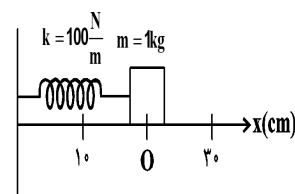
گزینه «۲»

(الف) ناصحیح: حرکت هماهنگ ساده، حرکتی با شتاب ثابت نیست.

(ب) ناصحیح: جابه‌جایی در یک نوسان کامل، صفر است.

(ج) صحیح

(د) صحیح



(۴۹)

سوال ۴۹

گزینه درست: ۱

گزینه «۱»

ابتدا دوره نوسان را به دست می‌آوریم:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \xrightarrow{m=1kg, k=100N/m} T = 2 \times 3 \times \sqrt{\frac{1}{100}} = 0.6s$$

طول عادی فنر برابر است با:

$$L_0 = \frac{10+30}{2} = 20cm \Rightarrow A = 30 - 20 = 10cm = 0.1m$$

از لحظه شروع حرکت تا لحظه‌ای که برای اولین بار از مبدأ حرکت عبور می‌کند، متحرک یک نوسان انجام می‌دهد:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{FA}{T} \xrightarrow{A=0.1m, T=0.6s} s_{av} = \frac{0.6}{0.6} = 1m/s$$

(۵۰)

گزینه درست: ۳

سوال ۵۰

گزینه «۳»

با توجه به رابطه دوره نوسان آونگ ساده داریم: $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$

$$\xrightarrow[T_2 = 2s]{L_2 = L_1 - e/19 L_1 = e/11 L_1} \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{11}{100}} = \frac{1}{10} \Rightarrow T_2 = 1/10 s$$

به ازای هر نوسان کامل آونگ، عقربه ثانیه شمار ۲ ثانیه جلو می‌رود. اکنون در مدت یک شبانه روز تفاوت تعداد دورهای دو آونگ را به دست می‌آوریم:

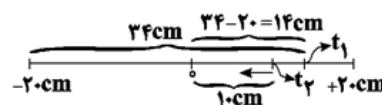
$$\begin{aligned} n_1 &= \frac{t}{T_1}, \quad n_2 = \frac{t}{T_2} \Rightarrow n_2 - n_1 = t\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) \\ &\Rightarrow n_2 - n_1 = 24 \times 60 \times 60 \left(\frac{2-1/10}{2 \times 1/10}\right) \\ &\xrightarrow{\Delta t = (4800 \times 2)s} \Rightarrow n_2 - n_1 = 4800 \Rightarrow \Delta t = 160 \text{ min} \end{aligned}$$

آونگ در حالت دوم در مدت یک شبانه روز ۴۸۰۰ نوسان کامل بیش‌تر از حالت اول انجام می‌دهد، از آن‌جا که در هر نوسان کامل ثانیه شمار، ۲ ثانیه جلو می‌رود بنابراین در یک شبانه روز ۱۶۰ دقیقه جلو می‌افتد. چون در حالت دوم دوره آونگ کم‌تر است پس آونگ تعداد دور بیش‌تری نسبت به حالت اول نوسان می‌کند و جلو می‌افتد.

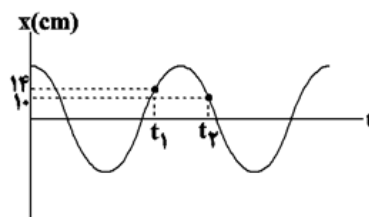
(۵۱)

گزینه درست: ۳

سوال ۵۱

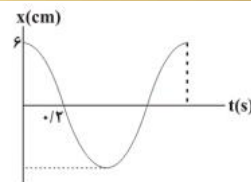


با توجه به این‌که حداقل زمان خواسته شده است، پس متحرک ابتدا به انتهای مسیر نوسان رفته و سپس در بازگشت در لحظه t_2 از ۱۰ سانتی‌متری نقطه تعادل می‌گذرد. داریم:



$$\begin{aligned} \omega &= 2\pi f = 14\pi \left(\frac{\text{rad}}{s}\right) \\ \cos \theta_1 &= \frac{14}{20} \xrightarrow{\sqrt{2}=1/\sqrt{2}} \cos \theta_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \begin{cases} \theta_1 = \frac{\pi}{4} \text{ rad} \\ \theta_1 = \frac{3\pi}{4} \text{ rad} \end{cases} \\ \cos \theta_2 &= \frac{10}{20} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{با توجه به نمودار بالا}} \theta_2 = 2\pi + \frac{\pi}{3} = \frac{7\pi}{3} \text{ rad} \\ \Delta t &= \frac{\Delta \theta}{\omega} = \frac{\frac{7\pi}{3} - \frac{\pi}{4}}{14\pi} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{28} s \end{aligned}$$

۵۲



گزینه درست: ۴

سوال ۵۲

مادامی که جهت حرکت نوسانگر تغییر نمی‌کند تندی متوسط و اندازه سرعت متوسط با یکدیگر برابر است بنابراین فرض می‌کنیم در لحظه‌ای که تندی متوسط نوسانگر دو برابر بزرگی سرعت متوسط آن است نوسانگر در فاصله a از نقطه C قرار دارد.

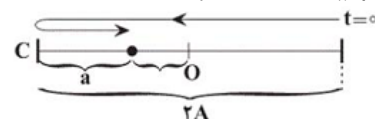
$$\frac{T}{\frac{1}{2}} = 0.5 \text{ s} \Rightarrow T = 1 \text{ s} \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \omega = \frac{2\pi}{1} \text{ rad/s}$$

$$\frac{s_{av}}{|v_{av}|} = \frac{s_{av}}{\frac{d}{t}} = \frac{\ell}{|d|} = \frac{\ell}{\ell} = 1 \xrightarrow{\ell = 2A + a} \frac{2A + a}{2A - a} = 1 \Rightarrow 2A + a = 2A - a \Rightarrow a = 0$$

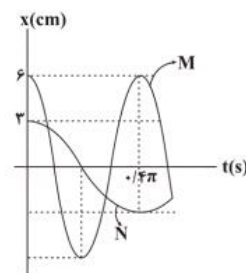
$$\frac{2A + a}{2A - a} = 1 \Rightarrow 2A + a = 2A - a \Rightarrow a = 0 \Rightarrow x = \frac{2A}{\omega} - A = -\frac{A}{\omega} = -\frac{5}{2\pi} = -0.796 \text{ cm}$$

$$|a| = \omega^2 |x| \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{1} \text{ rad/s}} |a| = (2\pi)^2 \times 0.796 = 31.4 \text{ m/s}^2$$

$$|a| = \frac{2\pi^2}{T^2} \times 0.5 \times 1 = \frac{\pi^2}{2} \text{ m/s}^2$$



۵۳



گزینه درست: ۳

سوال ۵۳

$$T_M = 0.5 \text{ s}, T_N = 2T_M = 1 \text{ s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega_M = \frac{2\pi}{0.5} = 4\pi \text{ rad/s}, \omega_N = \frac{2\pi}{1} = 2\pi \text{ rad/s}$$

$$F = -kx \Rightarrow ma = -kx \Rightarrow a = -\frac{k}{m}x \xrightarrow{\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}} a = -\omega^2 x$$

$$\xrightarrow{a_M = a_N} -\omega_M^2 x_M = -\omega_N^2 x_N \xrightarrow{x_M = A_M \cos \omega_M t, x_N = A_N \cos \omega_N t} A_M \omega_M^2 \cos \omega_M t = A_N \omega_N^2 \cos \omega_N t$$

$$\frac{A_N}{A_M} = \frac{\omega_M^2}{\omega_N^2} = \frac{4\pi^2}{2\pi^2} = 2 \Rightarrow \frac{A_N}{A_M} = 2$$

$$\xrightarrow{\frac{A_N}{A_M} = 2} \frac{\cos \omega_M t}{\cos \omega_N t} = \frac{A_N}{A_M} \times \frac{\omega_N^2}{\omega_M^2} = 2 \times \left(\frac{0.5}{1}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{\cos(\Delta t_1)}{\cos(2\Delta t_1)} = \frac{1}{2}$$

(۵۴)

سوال ۵۴

گزینه درست: ۱

با توجه به این که هر نوسان کامل یک نوسانگر برابر با دو بار طی کردن طول مسیر است، بنابراین تعداد نوسان‌های کامل این نوسانگر در مدت یک دقیقه برابر با $n = \frac{f_0}{T} = 30$ نوسان کامل است. در نتیجه دوره‌ی نوسان‌های این نوسانگر برابر است با:

$$T = \frac{t}{n} \xrightarrow{t=f_0s, n=30} T = \frac{f_0}{30} = 2s$$

بیشترین سرعت متوسط در مدت نیم‌دوره، زمانی رخ می‌دهد که نوسانگر بیشترین جابه‌جایی را داشته باشد. این حالت زمانی رخ می‌دهد که نوسانگر از یک انتهای مسیر نوسان به انتهای دیگر برود. با توجه به تعریف سرعت متوسط، داریم:

$$\bar{v}_{\max} = \frac{\Delta x_{\max}}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta x_{\max}=1cm=0.01m, \Delta t=\frac{T}{2}=1s}$$

$$v_{\max} = \frac{0.01}{1} \Rightarrow v_{\max} = 0.01 \frac{m}{s}$$

(۵۵)

سوال ۵۵

گزینه درست: ۱

گزینه «۱»

ابتدا با استفاده از رابطه‌های $a_{\max} = A\omega^2$ و $v_{\max} = A\omega$ ، دوره تناوب نوسانگر را می‌یابیم:

$$a_{\max} = A\omega \times \omega \xrightarrow{A\omega=v_{\max}} a_{\max} = v_{\max} \times \frac{\omega}{T}$$

$$\xrightarrow{\omega=\frac{2\pi}{T}, a_{\max}=2\pi\frac{m}{s^2}} 2\pi = v_{\max} \times \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 2s$$

اکنون، تعداد نوسان‌ها در مدت ۴۰s را پیدا می‌کنیم:

$$T = \frac{t}{n} \xrightarrow{t=40s, T=2s} 2 = \frac{40}{n} \Rightarrow n = 20$$

(۵۶)

سوال ۵۶

گزینه درست: ۱

گزینه «۱»

می‌دانیم $E = K + U$ و $E = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2$ و $K = \frac{1}{2}mv^2$ است. بنابراین، با توجه به این که $U = 2K$ می‌باشد، می‌توان نوشت:

$$E = K + U \xrightarrow{U=2K} E = K + 2K \Rightarrow E = 3K \xrightarrow{E=\frac{1}{2}m\omega^2 A^2, K=\frac{1}{2}mv^2}$$

$$\frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = 3 \times \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \omega^2 A^2 = 3v^2 \Rightarrow \omega A = \sqrt{3}v$$

$$\xrightarrow{A=0.02m, \omega=50\pi \frac{rad}{s}} 50\pi \times 0.02 = \sqrt{3}v \Rightarrow \pi = \sqrt{3}v$$

$$\xrightarrow{\pi=3} 3 = \sqrt{3}v \Rightarrow v = \sqrt{3} \frac{m}{s}$$

(۵۷)

سوال ۵۷

گزینه درست: ۲

گزینه «۲»

ابتدا با استفاده از رابطه $E = K + U$ انرژی جنبشی نوسانگر را می‌یابیم:

$$E = K + U \xrightarrow{E=40mJ, U=24mJ} 40 = K + 24 \Rightarrow K = 16mJ = 16 \times 10^{-3} J$$

اکنون با استفاده از رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ ، تندی نوسانگر را پیدا می‌کنیم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{m=1g=1 \times 10^{-3}kg, K=16 \times 10^{-3}J} 16 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times 1 \times 10^{-3} \times v^2$$

$$\Rightarrow v^2 = 4 \Rightarrow v = 2 \frac{m}{s}$$

(۵۸)

سوال ۵۸

گزینه درست: ۲

گزینه «۲»

ابتدا دوره تناوب آونگ را بعد از کاهش طول آن می‌یابیم. چون طول آونگ را ۳۶ درصد کاهش داده‌ایم، می‌توان نوشت:

$$L_2 = L_1 - 0.36L_1 \Rightarrow L_2 = 0.64L_1$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{0.64L_1}{L_1}} \Rightarrow T_2 = 0.8T_1$$

اکنون تغییر دوره تناوب آونگ را می‌یابیم:

$$\Delta T = T_2 - T_1 = 0.8T_1 - T_1 \Rightarrow \Delta T = -0.2T_1$$

چون دوره تناوب آونگ کاهش یافته است، آونگ سریع‌تر نوسان می‌کند، در نتیجه، زمان جلو می‌افتد. این آونگ در مدت هر T_1 به اندازه $0.2T_1$ جلو می‌افتد. اکنون، مشخص می‌کنیم، در مدت یک شبانه‌روز (۲۴ ساعت)، چند ساعت جلو خواهد افتاد.

مدت	زمان جلو افتادن
T_1	$0.2T_1$
$24h$	t

$$\Rightarrow t = \frac{24h \times 0.2T_1}{T_1} \Rightarrow t = 4.8h$$

(۵۹)

سوال ۵۹

گزینه درست: ۴

گزینه «۴»

ابتدا باید طول اولیه آونگ را به دست آوریم:

$$x = A \cos \omega t \xrightarrow{x=0.05 \cos 2\pi t} \begin{cases} A = 0.05m \\ \omega = 2\pi \frac{rad}{s} \end{cases}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

$$\Rightarrow 2\pi = \sqrt{\frac{g}{L_1}} \xrightarrow{g=9.8} L_1 = \frac{g}{4\pi^2} = \frac{1}{4}m = 25cm$$

حال تغییر طول آونگ را در حالتی که دوره تناوب آن نصف می‌شود به دست می‌آوریم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \frac{1}{4} \Rightarrow L_2 = \frac{25}{4}cm = 6.25cm$$

بنابراین:

$$L_2 - L_1 = 6.25 - 25 = -18.75cm$$

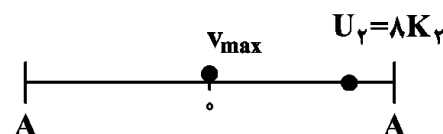
(۶۰)

سوال ۶۰

گزینه درست: ۴

گزینه «۴»

بیشینه تندی متحرک در مرکز نوسان است.



$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow K_1 = K_2 + 8K_2 \Rightarrow K_1 = 9K_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = 9 \times \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{v_{\max}}{v} = \sqrt{9} = 3$$

(۶۱)

سوال ۶۱

گزینه درست: ۱

گزینه «۱»

ابتدا انرژی مکانیکی نوسانگر را که در واقع همان انرژی جنبشی بیشینه است، می‌یابیم.

$$E = K_{\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = \frac{1}{2} \times 0.2 \times (4)^2 = 1.6J$$

حال انرژی جنبشی نوسانگر را در لحظه مورد نظر حساب می‌کنیم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 0.2 \times (2)^2 = 0.4J$$

و اما برای تعیین انرژی پتانسیل در این لحظه داریم:

$$E = U + K \Rightarrow 1.6 = U + 0.4 \Rightarrow U = 1.2J$$

گزینه «۳»

ابتدا با استفاده از رابطه $T = \frac{t}{n}$ ، نسبت $\frac{T_2}{T_1}$ را می‌یابیم:

$$T = \frac{t}{n} \xrightarrow{t_1=t_2} \frac{T_2}{T_1} = \frac{n_1}{n_2} \xrightarrow{n_2=45+45=90} \frac{T_2}{T_1} = \frac{45}{90} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{2}$$

اکنون با استفاده از رابطه دوره تناوب آونگ ساده، L_2 را پیدا می‌کنیم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \xrightarrow{g=\text{ثابت}} \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \xrightarrow{L_1=60\text{cm}} \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{L_2}{60}} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{L_2}{60} \Rightarrow L_2 = 15\text{cm}$$

در آخر، تغییر طول آونگ را به دست می‌آوریم:

$$\Delta L = L_2 - L_1 = 15 - 60 \Rightarrow \Delta L = -45\text{cm}$$

می‌بینیم، باید طول آونگ را ۴۵cm کاهش دهیم.

گزینه «۲»

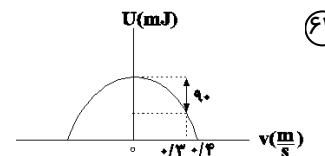
می‌دانیم در لحظه‌ای که جهت حرکت نوسانگر تغییر می‌کند، نوسانگر در نقاط بازگشتی ($x = \pm A$) قرار دارد و در این مکان اندازه شتاب نوسانگر بیشینه و برابر $a_{\max} = A\omega^2$ است. همچنین، در لحظه‌ای که جهت بردار مکان نوسانگر تغییر می‌کند، نوسانگر از نقطه تعادل عبور می‌کند و در این نقطه تندی نوسانگر بیشینه و برابر $v_{\max} = A\omega$ می‌باشد. بنابراین، ابتدا بسامد زاویه‌ای نوسانگر را می‌یابیم. دقت کنید، چون نوسانگر در راستای محور x نوسان می‌کند، گزینه‌های «۳» و «۴» رد می‌شوند.

$$\begin{cases} a_{\max} = A\omega^2 \\ v_{\max} = A\omega \end{cases} \Rightarrow \frac{a_{\max}}{v_{\max}} = \frac{A\omega^2}{A\omega} = \omega \xrightarrow{\frac{a_{\max} = 2\pi \frac{m}{s^2}}{v_{\max} = 2\pi \frac{m}{s}}} \frac{2\pi}{s} = \omega \Rightarrow \omega = \pi \frac{\text{rad}}{s}$$

با داشتن ω و با استفاده از رابطه زیر، شتاب نوسانگر در مکان $x = -1\text{cm}$ را می‌یابیم. دقت کنید:

$$a = -\omega^2 x \xrightarrow{x=-1\text{cm}=-0.01\text{m}} a = -\pi^2 \times (-0.01) \Rightarrow a = \frac{\pi^2}{100} \frac{m}{s^2}$$

$$\xrightarrow{a>0} \vec{a} = \left(\frac{\pi^2}{100} \frac{m}{s^2}\right) \vec{i}$$



گزینه «۴»

با توجه به این که انرژی مکانیکی برابر با مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل نوسانگر است، طبق نمودار می‌توان گفت که انرژی جنبشی نوسانگر در لحظه‌ای که بزرگی سرعت آن برابر با $0.3 \frac{m}{s}$ است، برابر با ۹۰ mJ است. پس:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{v=0.3 \frac{m}{s}} K = 90 \text{ mJ} = 90 \times 10^{-3} \text{ J}$$

$$90 \times 10^{-3} = \frac{1}{2}m(0.3)^2 \rightarrow m = 2 \text{ kg}$$

با توجه به رابطه تندی بیشینه و بسامد زاویه‌ای سامانه جرم - فنر داریم:

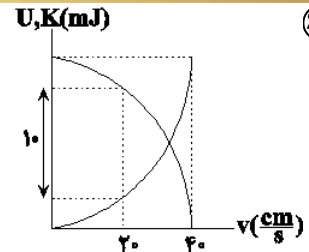
$$v_{\max} = A\omega \xrightarrow{\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}} v_{\max} = A\sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\xrightarrow{v_{\max}=0.3 \times 10^{-1} \frac{m}{s}} 0.3 \times 10^{-1} = A\sqrt{\frac{A \times 10^3}{2}}$$

$$\xrightarrow{k=8 \frac{N}{cm}=800 \frac{N}{m}} \Rightarrow A = 2 \times 10^{-2} \text{ m} = 2 \text{ cm}$$

نوسانگر در هر دوره تناوب، مسافتی به اندازه چهار برابر دامنه نوسان را طی می‌کند. بنابراین، مسافت طی شده توسط نوسانگر در دو دوره تناوب برابر است با:

$$\ell = 4A = 4(2) = 8 \text{ cm}$$



۶۵

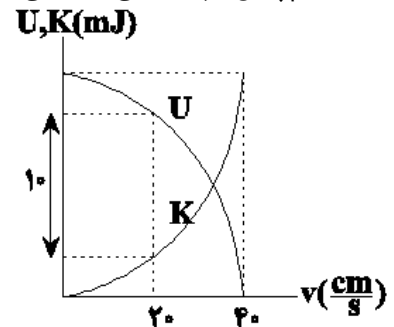
سوال ۶۵ گزینه درست: ۲

گزینه «۲»

می‌دانیم نوسانگر در نقاط بازگشتی ($x = \pm A$) تغییر جهت می‌دهد و در این نقاط نیروی وارد بر نوسانگر بیشینه است. بنابراین، ابتدا رابطه بین بیشینه نیرو و انرژی مکانیکی نوسانگر را می‌یابیم:

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \xrightarrow{F_{\max} = m \omega^2 A} E = \frac{1}{2} F_{\max} A \Rightarrow F_{\max} = \frac{2E}{A} \quad (1)$$

اکنون از روی داده‌های نمودار انرژی مکانیکی را می‌یابیم. دقت کنید، با توجه به نمودار به ازای $v = 40 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ انرژی جنبشی بیشینه است، هم‌چنین در لحظه‌ای که تندی نوسانگر $20 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ است، $U - K = 10 \text{ mJ}$ می‌باشد.



$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow \frac{K}{K_{\max}} = \left(\frac{v}{v_{\max}} \right)^2$$

$$\xrightarrow{K_{\max} = E, v_{\max} = 40 \frac{\text{cm}}{\text{s}}} \frac{K}{E} = \left(\frac{20}{40} \right)^2$$

$$\xrightarrow{v = 20 \frac{\text{cm}}{\text{s}}, E = U + K} \Rightarrow K = \frac{1}{4} E \xrightarrow{E = U + K} K = \frac{1}{5} (U + K)$$

$$\xrightarrow{U = K + 10} \Rightarrow U = 3K \xrightarrow{U = K + 10} K + 10 = 3K \Rightarrow K = 5 \text{ mJ}$$

هم‌چنین داریم:

$$K = \frac{1}{2} E \xrightarrow{K = 5 \text{ mJ}} 5 = \frac{1}{2} E \Rightarrow E = 10 \text{ mJ} = 20 \times 10^{-3} \text{ J}$$

$$A = \frac{\text{طول پاره خط نوسان}}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ cm} = 6 \times 10^{-2} \text{ m}$$

در آخر داریم:

$$\xrightarrow{(1)} F_{\max} = \frac{2E}{A} \Rightarrow F_{\max} = \frac{2 \times 20 \times 10^{-3}}{6 \times 10^{-2}} \Rightarrow F_{\max} = \frac{2}{3} \text{ N}$$

۶۶

سوال ۶۶ گزینه درست: ۱

گزینه «۱»

با استفاده از رابطه انرژی مکانیکی نوسانگر می‌توان نوشت:

$$E = K + U = 4 + 8 = 12 \text{ mJ}$$

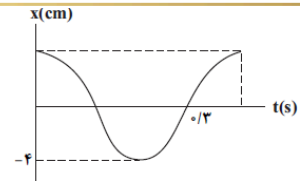
برای هنگامی که انرژی جنبشی و پتانسیل نوسانگر با یک‌دیگر برابر هستند، داریم:

$$E = K' + U' \xrightarrow{K' = U'} E = 2K' \Rightarrow 12 = 2K'$$

$$\Rightarrow K' = 6 \text{ mJ} = 6 \times 10^{-3} \text{ J}$$

و در نهایت با استفاده از رابطه انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$K' = \frac{1}{2} m v'^2 \Rightarrow 6 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times 0.3 v'^2 \Rightarrow v' = 0.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



۶۷

گزینه درست: ۱

سوال ۶۷

گزینه «۱»

برای محاسبه شتاب نوسانگر، در لحظه $t = \frac{2}{15} s$ باید مکان آن را در این لحظه داشته باشیم. بنابراین به معادله مکان - زمان نیاز داریم. به همین منظور، ابتدا T و به دنبال آن ω را می‌یابیم. با توجه به نمودار داریم:

$$\frac{3T}{4} = 0.3 \Rightarrow T = 0.4 s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \xrightarrow{T=0.4 s} \omega = \frac{2\pi}{0.4} = 5\pi \frac{rad}{s}$$

$$x = A \cos \omega t \xrightarrow{A=4cm=0.04 m} x = 0.04 \cos 5\pi t \xrightarrow{t=\frac{2}{15} s}$$

$$x = 0.04 \cos 5\pi \times \frac{2}{15} \Rightarrow x = 0.04 \cos \frac{2\pi}{3} \xrightarrow{\cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}}$$

$$x = 0.04 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -0.02 m$$

اکنون با استفاده از رابطه a و x ، شتاب را پیدا می‌کنیم:

$$a = -\omega^2 x \xrightarrow{\omega=5\pi \frac{rad}{s}, x=-0.02 m} a = -25\pi^2 \times (-0.02) \xrightarrow{\pi^2=10}$$

$$a = 25 \times 10 \times 0.02 = 5 \frac{m}{s^2}$$

۶۸

گزینه درست: ۲

سوال ۶۸

گزینه «۲»

ابتدا با استفاده از ثابت بودن انرژی کل نوسانگر، انرژی جنبشی آن را می‌یابیم و به دنبال آن انرژی کل را حساب می‌کنیم. با استفاده از آن، انرژی جنبشی را در لحظه‌ای که $U_3 = 1/1 J$ است، پیدا می‌کنیم.

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \xrightarrow{K_1=2K_2, U_1=0.3 J, U_2=0.8 J}$$

$$2K_2 + 0.3 = K_2 + 0.8$$

$$\Rightarrow K_2 = 0.5 J$$

$$E = K_2 + U_2 = 0.5 + 0.8 \Rightarrow E = 1.3 J$$

$$\Rightarrow U_3 + K_3 = 1.3 J \Rightarrow 1/1 + K_3 = 1.3 \Rightarrow K_3 = \frac{2}{10} J$$

با داشتن K_3 ، به صورت زیر، v_3 را می‌یابیم:

$$K_3 = \frac{1}{2} m v_3^2 \xrightarrow{m=100 g=0.1 kg, K_3=\frac{2}{10} J} \frac{2}{10} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{10} \times v_3^2$$

$$\Rightarrow v_3^2 = 4 \Rightarrow v_3 = 2 \frac{m}{s}$$

۶۹

گزینه درست: ۲

سوال ۶۹

گزینه «۲»

بنا به رابطه $F_{\max} = kA = m\omega^2 A$ ، بیشینه نیروی وارد بر نوسانگر با دامنه نوسان نسبت مستقیم دارد. بنابراین، اگر دامنه نوسان ۲ برابر شود، بیشینه نیروی وارد بر نوسانگر نیز دو برابر خواهد شد.

$$F_{\max} = kA \xrightarrow{k=SMIY} \frac{F_{\max}}{F_{\max}} = \frac{A'}{A} \xrightarrow{A'=2A} \frac{F'_{\max}}{F_{\max}} = \frac{2A}{A} \xrightarrow{\frac{F'_{\max}}{F_{\max}} = 2}$$

برای دوره تناوب، سامانه جرم - فنر، بنا به رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ ، دوره تناوب به دامنه بستگی ندارد؛ بنابراین، با تغییر دامنه نوسان، دوره تناوب تغییر نخواهد کرد.

گزینه «۲»

ابتدا باید انرژی کل نوسانگر را بیابیم. با توجه به این که در نقطه تعادل تندی نوسانگر بیشینه و $K_{\max} = E$ است، می توان نوشت:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{m=SMIY} \frac{K_{\max}}{K} = \left(\frac{v_{\max}}{v}\right)^2 \xrightarrow{K_{\max}=E} \frac{E}{K} = \left(\frac{v_{\max}}{v}\right)^2 \Rightarrow \frac{E}{K} = \left(\frac{v_{\max}}{v}\right)^2 \Rightarrow \frac{E}{K} = 4 \Rightarrow K = \frac{1}{4}E$$

$$\frac{E}{K} = \left(\frac{v_{\max}}{v}\right)^2 \Rightarrow \frac{E}{K} = 4 \Rightarrow K = \frac{1}{4}E$$

از طرف دیگر $U - K = 25mJ$ و $E = K + U$ است. بنابراین می توان نوشت:

$$E = K + U \xrightarrow{U=K+25} E = K + K + 25$$

$$\Rightarrow E = 2K + 25 \xrightarrow{K=\frac{1}{4}E} \Rightarrow E = 2K + 25$$

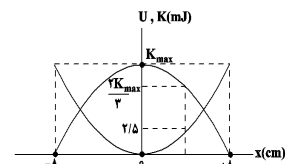
$$E = 2 \times \frac{1}{4}E + 25 \Rightarrow E - \frac{1}{2}E = 25 \Rightarrow \frac{1}{2}E = 25 \Rightarrow E = 50mJ$$

در آخر با استفاده از رابطه $E = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2$ و با توجه به این که $a_{\max} = \omega^2 A$ است، به صورت زیر A را می یابیم:

$$E = \frac{1}{2}m\omega^2 A \times A \xrightarrow{\omega^2 A=a_{\max}} E = \frac{1}{2}ma_{\max} \times A$$

$$\xrightarrow{E=50mJ=50 \times 10^{-3}J} 50 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{10} \times 25 \times A$$

$$\Rightarrow A = 2 \times 10^{-2}m \Rightarrow A = 2cm$$



گزینه «۱»

ابتدا باید انرژی کل نوسانگر را بیابیم. با توجه به نمودار، در لحظه ای که $U = 2/5mJ$ است، $K = \frac{2}{3}K_{\max}$ می باشد. بنابراین با توجه به این که $E = U + K$ و $E = K_{\max}$ است، به صورت زیر، $K_{\max}$ و به دنبال آن E را می یابیم:

$$E = K + U \xrightarrow{U=2/5mJ} E = \frac{2}{3}K_{\max} + 2/5 \xrightarrow{K_{\max}=E} E = \frac{2}{3}E + 2/5$$

$$E = \frac{2}{3}E + 2/5 \Rightarrow \frac{1}{3}E = 2/5 \Rightarrow E = 6/5mJ$$

$$\xrightarrow{m=10^{-3}} E = 6/5 \times 10^{-3}J$$

$$\xrightarrow{1mJ=10^{-3}J}$$

از طرف دیگر، $E = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2$ و $F_{\max} = m\omega^2 A$ است. بنابراین، می توان نوشت:

$$E = \frac{1}{2}m\omega^2 A \times A \xrightarrow{m\omega^2 A=F_{\max}} E = \frac{1}{2}F_{\max} \cdot A$$

$$\xrightarrow{A=1cm=1 \times 10^{-2}m} E = 6/5 \times 10^{-3}J$$

$$6/5 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times F_{\max} \times 1 \times 10^{-2} \Rightarrow F_{\max} = \frac{15 \times 10^{-3}}{1 \times 10^{-2}} = \frac{15}{10}N$$

$$\Rightarrow F_{\max} = \frac{3}{2}N$$

گزینه «۳»

برای محاسبه بیشینه تندی باید A و ω معلوم باشند. دامنه که برابر نصف طول پاره خط است، بنابراین دامنه برابر $A = \frac{10}{2} = 5 \text{ cm}$ می باشد. برای محاسبه ω باید دوره تناوب را بیابیم. چون در لحظه t_1 نوسانگر در مکان $x = +2 \text{ cm}$ و حرکت آن کندشونده است، بنابراین در حال حرکت به طرف نقطه بازگشتی $A = +5 \text{ cm}$ است. با توجه به این که در لحظه t_2 برای اولین بار بعد از لحظه t_1 از مکان $x = -2 \text{ cm}$ می گذرد، لذا مسافت طی شده در بازه زمانی t_1 تا t_2 برابر است با:

$$\ell = |(5 - 2)| + |(-2 - 5)| \Rightarrow \ell = 3 + 7 = 10 \text{ cm} = 2A$$

می بینیم، نوسانگر در بازه زمانی t_1 تا t_2 مسافتی معادل دو برابر دامنه ($2A$) را طی می کند. از طرف دیگر می دانیم، نوسانگر مسافت $2A$ را در مدت زمان $\frac{T}{2}$ طی می کند. بنابراین داریم:

$$|v_{av}| = \frac{|x_2 - x_1|}{\Delta t} \quad \xrightarrow{x_2 = -2 \text{ cm}, x_1 = 2 \text{ cm}} \quad 32 = \frac{|-2 - 2|}{\frac{T}{2}} \Rightarrow 32T = 8 \Rightarrow T = \frac{1}{4} \text{ s}$$

در نهایت بیشینه تندی نوسانگر برابر است با:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad v_{\max} = A\omega \longrightarrow v_{\max} = A \times \frac{2\pi}{T}$$

$$\xrightarrow[A = 5 \text{ cm}]{T = \frac{1}{4} \text{ s}} v_{\max} = 5 \times \frac{2\pi}{\frac{1}{4}} \Rightarrow v_{\max} = 40\pi \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

گزینه «۲»

می دانیم بیشینه جابه جایی نوسانگر در مدت نیم دوره تناوب برابر $2A$ است. بنابراین دامنه نوسانگر برابر است با:

$$2A = 8 \Rightarrow A = 4 \text{ cm} = 4 \times 10^{-2} \text{ m}$$

از طرف دیگر، برای محاسبه انرژی پتانسیل نوسانگر باید انرژی جنبشی و انرژی کل نوسانگر را داشته باشیم. بنابراین برای محاسبه این دو انرژی داریم:

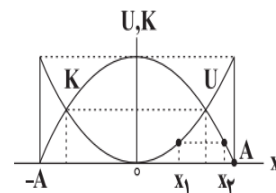
$$E = \frac{1}{2} k A^2 \xrightarrow[k = 200 \frac{\text{N}}{\text{m}}]{A = 4 \times 10^{-2} \text{ m}} E = \frac{1}{2} \times 200 \times 16 \times 10^{-4} \Rightarrow E = 0.16 \text{ J}$$

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \xrightarrow[m = \frac{1}{4} \text{ kg}]{v = 0.4 \frac{\text{m}}{\text{s}}} K = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{16}{100} \Rightarrow K = 0.04 \text{ J}$$

اکنون می توان انرژی پتانسیل نوسانگر را به دست آورد:

$$E = K + U \xrightarrow[E = 0.16 \text{ J}]{K = 0.04 \text{ J}} 0.16 = 0.04 + U \Rightarrow U = 0.12 \text{ J}$$

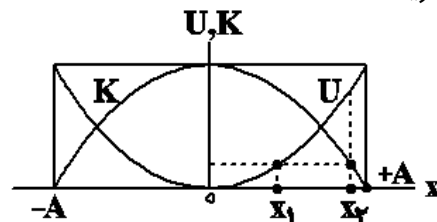
(۷۴)



گزینه درست: ۴

سوال ۷۴

گزینه «۴»



با توجه به نمودار داده شده، در انرژی پتانسیل نوسانگر مکان x_1 و انرژی جنبشی نوسانگر در مکان x_2 با هم برابر است.
بنابراین $(U_2 = K_1, U_1 = K_2)$ با توجه به این که $E = U + K$ و $E = K_{\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2$ می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned}
 &U_2 = K_1 \implies E = K_1 + K_2 \\
 &E = K_{\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 \implies \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = \frac{1}{2}m(v_1^2 + v_2^2) \\
 &\xrightarrow{v_1 = \frac{m}{s}} v_{\max}^2 = 1^2 + 3^2 = 10 \implies v_{\max} = \sqrt{10} \frac{m}{s} \\
 &\xrightarrow{v_2 = 1 \frac{m}{s}}
 \end{aligned}$$

(۷۵)

گزینه درست: ۲

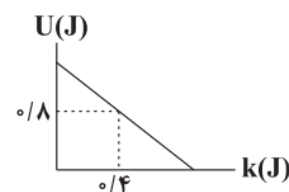
سوال ۷۵

گزینه «۲»

با مقایسه معادله مکان - زمان با رابطه $x = A \cos(\omega t)$ ملاحظه می‌شود که دامنه نوسان برابر $A = 0.04m$ و $\omega = 50 \frac{rad}{s}$ است.
بنابراین، با توجه به این که در نقطه تعادل، انرژی جنبشی نوسانگر، بیشینه است، می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned}
 E &= \frac{1}{2}kA^2 \\
 E = K_{\max} &= 120mJ = 120 \times 10^{-3}J \\
 \xrightarrow{A = 4 \times 10^{-2}m} 120 \times 10^{-3} &= \frac{1}{2}k \times 16 \times 10^{-4} \\
 \Rightarrow 12 \times 10^{-2} &= 8 \times 10^{-4}k \Rightarrow k = \frac{12 \times 10^{-2}}{8 \times 10^{-4}} \Rightarrow k = 150 \frac{N}{m}
 \end{aligned}$$

(۷۶)



گزینه درست: ۲

سوال ۷۶

گزینه «۲»

با توجه به نمودار داده شده، در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل نوسانگر برابر $0.8J$ است، انرژی جنبشی آن $0.4J$ می‌باشد؛ بنابراین انرژی مکانیکی آن برابر است با:

$$E = U + K \xrightarrow{\substack{U=0.8J \\ K=0.4J}} E = 0.8 + 0.4 = 1.2J$$

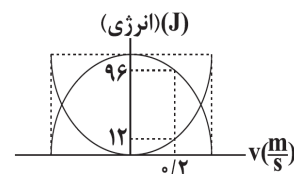
از طرف دیگر، $K_{\max} = E = 1.2J$ است، بنابراین $v_{\max}$ برابر است با:

$$\begin{aligned}
 K_{\max} &= \frac{1}{2}mv_{\max}^2 \xrightarrow{m=0.5kg} 1.2 = \frac{1}{2} \times 0.5 \times v_{\max}^2 \\
 \Rightarrow v_{\max}^2 &= \frac{2.4}{0.5} = 4.8 = 16 \times 3 \Rightarrow v_{\max} = 4\sqrt{3} \frac{m}{s}
 \end{aligned}$$

گزینه «۱»

انرژی پتانسیل نوسانگر در لحظه‌هایی بیشینه است که نوسانگر در نقطه‌های بازگشتی (دو انتهای مسیر نوسان) قرار داشته باشد. یعنی باید $x = \pm A$ باشد. در این مکان‌ها، سرعت، تکانه و انرژی جنبشی نوسانگر صفر و شتاب، نیرو و مکان نوسانگر بیشینه است. در ضمن انرژی کل نوسانگر در همه نقاط ثابت می‌باشد. بنابراین، با توجه به این توضیحات، گزینه «۱» درست است.

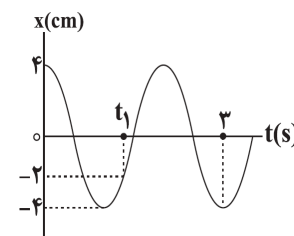
$$x = \pm A \Rightarrow \begin{cases} F = F_{\max} = m\omega^2 A \\ a = a_{\max} = \omega^2 A \\ x = x_{\max} = \pm A \\ K = 0 \\ P = 0 \\ v = 0 \end{cases}$$



گزینه «۲»

رابطه مکان - زمان نوسانگر $x = A \cos(\omega t)$ است. پس اگر ω را محاسبه کنیم، می‌توانیم مکان را به دست آوریم.

$$\begin{aligned} \frac{K}{E} &= \frac{K}{K_{\max}} = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{\frac{1}{2}mv_{\max}^2} \Rightarrow \frac{K}{E} = \left(\frac{v}{v_{\max}}\right)^2 \\ \Rightarrow \frac{12}{12+96} &= \left(\frac{v}{v_{\max}}\right)^2 \Rightarrow \frac{12}{108} = \left(\frac{v}{v_{\max}}\right)^2 \Rightarrow v_{\max} = 0.6 \frac{m}{s} \\ v_{\max} &= A\omega \Rightarrow 0.6 = 0.12 \times \omega \Rightarrow \omega = \frac{0.6}{0.12} = 5 \frac{rad}{s} \\ \Rightarrow x &= A \cos(\omega t) \Rightarrow x = 12 \cos(5t) \\ t &= \frac{\pi}{\omega} s \\ \longrightarrow x &= 12 \cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) \Rightarrow x = 6 cm \end{aligned}$$



گزینه «۳»

ابتدا دوره تناوب نوسانگر را محاسبه می‌کنیم، و سپس بسامد زاویه‌ای را می‌یابیم:

$$T + \frac{T}{3} = 3 \Rightarrow \frac{3T}{3} = 3s \Rightarrow T = 2s$$

بسامد زاویه‌ای برابر است با:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \frac{rad}{s}$$

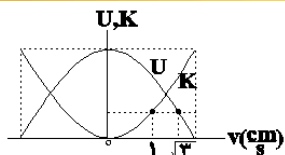
شتاب نوسانگر در هر لحظه به صورت زیر قابل محاسبه است، داریم:

$$\left. \begin{aligned} F &= ma \\ F &= -kx \end{aligned} \right\} \Rightarrow ma = -kx \Rightarrow a = \frac{-k}{m}x = -\omega^2 x$$

در لحظه t_1 مکان نوسانگر $x = -2cm$ است. بنابراین:

$$a = -\omega^2 x \xrightarrow[\substack{\omega = \pi \frac{rad}{s} \\ x = -2cm}]{\omega = \pi \frac{rad}{s}} a = -\pi^2 \times (-2) = 2\pi^2 = 20 \frac{cm}{s^2}$$

در نهایت، چون در لحظه t_1 نوسانگر در مکان منفی قرار دارد و در حال نزدیک شدن به مبدأ نوسان است، بنابراین شتاب آن مثبت است و بردار شتاب به صورت $\vec{a} = +20 \frac{cm}{s^2}$ خواهد بود.



گزینه درست: ۲

سوال ۸۰

گزینه «۲»

با توجه به نمودار، انرژی جنبشی و پتانسیل به ازای تندی‌های v_1 و v_2 برابر است.

$$\begin{cases} v_1 = 1 \frac{cm}{s} \\ K_1 = E - U_1 \end{cases} \quad \begin{cases} v_2 = \sqrt{2} \frac{cm}{s} \\ K_2 = E - U_2 \end{cases} \quad (I)$$

$$K_1 = U_2 \xrightarrow{(I)} K_2 = E - K_1 \Rightarrow K_1 + K_2 = E$$

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2}mv^2 \\ E = K_{\max} &= \frac{1}{2}mv_{\max}^2 \end{aligned} \rightarrow \frac{1}{2}m(v_1^2 + v_2^2) = \frac{1}{2}mv_{\max}^2$$

$$v_{\max}^2 = v_1^2 + v_2^2 \xrightarrow[v_2 = \sqrt{2} \frac{cm}{s}]{v_1 = 1 \frac{cm}{s}} v_{\max} = \sqrt{3} \frac{cm}{s}$$

۸۱

گزینه درست: ۳

سوال ۸۱

گزینه «۳»

با توجه به مسئله دامنه نوسان برابر F_{cm} است. از طرفی نوسانگر فاصله دو نقطه بازگشت را در $\frac{T}{4}$ طی می‌کند، پس داریم:

$$\frac{T}{4} = 0.1 \Rightarrow T = 0.4s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 10\pi \frac{rad}{s}$$

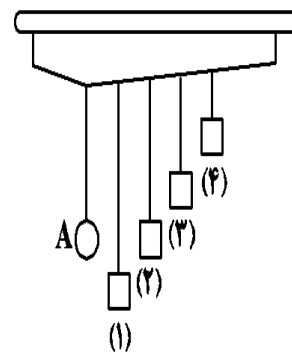
با توجه به رابطه انرژی مکانیکی داریم:

$$E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2} \times 0.4 \times (0.04)^2 \times 100\pi^2 = 0.32J$$

$$\Rightarrow E = K + U \Rightarrow 0.32 = K + 0.2 \Rightarrow K = 0.12J$$

۸۲



گزینه درست: ۳

سوال ۸۲

گزینه «۳»

از آن‌جا که طول آونگ A تقریباً با آونگ شماره (۲) برابر است، در صورت ایجاد نوسان در آونگ A، بسامد این دو آونگ یکسان بوده و احتمال بروز پدیده تشدید در آن بیشتر است.

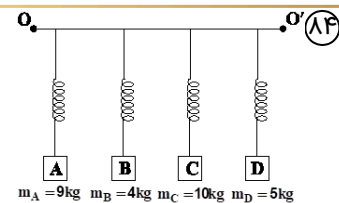
۸۳

گزینه درست: ۴

سوال ۸۳

گزینه «۴»

اگر نوسانگر را با بسامدهایی بیشتر یا کمتر از بسامد طبیعی آن به نوسان درآوریم، دامنه نوسان کوچک‌تر از حالتی خواهد شد که آن را با بسامد طبیعی‌اش به نوسان درآوریم.



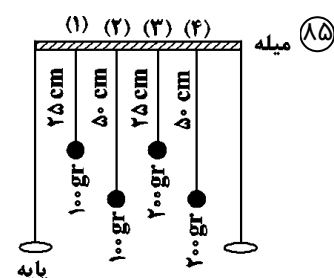
سوال ۸۴ گزینه درست: ۳

گزینه «۳»

بسامد زاویه‌ای طبیعی هر یک از سامانه‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned}\omega_A &= \sqrt{\frac{k_A}{m_A}} = \sqrt{\frac{36}{9}} = 2 \frac{rad}{s} \\ \omega_B &= \sqrt{\frac{k_B}{m_B}} = \sqrt{\frac{36}{4}} = 3 \frac{rad}{s} \\ \omega_C &= \sqrt{\frac{k_C}{m_C}} = \sqrt{\frac{36}{10}} = \sqrt{3.6} \frac{rad}{s} \\ \omega_D &= \sqrt{\frac{k_D}{m_D}} = \sqrt{\frac{36}{5}} = \sqrt{7.2} \frac{rad}{s}\end{aligned}$$

تنها سامانه‌ای که با نوسان میله دچار تشدید می‌شود، B است. بنابراین جسم B با دامنه‌ای خیلی بزرگتر از سه جسم دیگر نوسان می‌کند. در نتیجه طبق رابطه $E = \frac{1}{2} k A^2$ ، انرژی مکانیکی ذخیره شده در آن از بقیه بیشتر است.



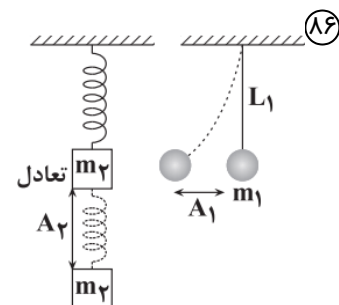
سوال ۸۵ گزینه درست: ۲

گزینه «۲»

چون هر یک ثانیه یک‌بار به میله ضربه وارد می‌شود دوره وارد شدن ضربه و نیرو $T = 1s$ است. بنابراین، دوره هر کدام از آونگ‌ها ۱s باشد، با ضربات وارده به میله، آن آونگ، در حالت تشدید قرار گرفته و با بیشترین دامنه نوسان خواهد کرد. بنابراین، با استفاده از رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ طول آونگی که دوره آن ۱s است را می‌یابیم:

$$\begin{aligned}T &= 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \xrightarrow[T=\pi\sqrt{g}]{T=1s} 1 = 2 \times \sqrt{g} \times \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \sqrt{L} \\ &\Rightarrow L = \frac{1}{4} m \Rightarrow L = 25cm\end{aligned}$$

بنابراین، آونگ‌های (۱) و (۳) با طول ۲۵cm، در اثر پدیده تشدید، با بیشترین دامنه، نوسان خواهند کرد. دقت کنید، جرم آونگ در دوره تناوب آن تأثیری ندارد.

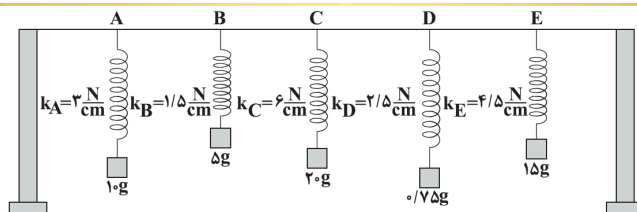


سوال ۸۶ گزینه درست: ۱

گزینه «۱»

شرط این‌که دو دستگاه نوسان یکدیگر را تشدید کنند آن است که دوره تناوب آن‌ها با هم برابر باشد. بنابراین داریم:

$$\begin{aligned}T_1 &= T_2 \Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k_2}} \\ \frac{L_1}{g} &= \frac{m_2}{k_2} \Rightarrow L_1 = \frac{m_2}{k_2} g\end{aligned}$$



گزینه درست: ۱

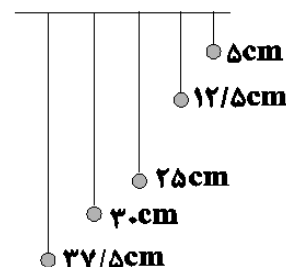
سوال ۸۷

گزینه «۱»

می‌دانیم، با به نوسان درآوردن مجموعه A، هنگامی در مجموعه‌های دیگر پدیده تشدید رخ می‌دهد که بسامد آن‌ها با بسامد مجموعه نوسانی A برابر باشد. بنابراین، ابتدا با استفاده از رابطه $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$ ، بسامد نوسان هر مجموعه را می‌یابیم و سپس با بسامد مجموعه A مقایسه می‌کنیم:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \begin{cases} \frac{m_A = 10g}{k_A = 3 \frac{N}{cm}} \rightarrow f_A = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3}{10}} \\ \frac{m_B = 5g}{k_B = 1/5 \frac{N}{cm}} \rightarrow f_B = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1/5}{5}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3}{10}} = f_A \\ \frac{m_C = 20g}{k_C = 6 \frac{N}{cm}} \rightarrow f_C = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{6}{20}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3}{10}} = f_A \\ \frac{m_D = 0.75g}{k_D = 2/5 \frac{N}{cm}} \rightarrow f_D = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2/5}{0.75}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{10}{3}} \neq f_A \\ \frac{m_E = 15g}{k_E = 4/5 \frac{N}{cm}} \rightarrow f_E = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4/5}{15}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3}{10}} = f_A \end{cases}$$

همان‌طور که می‌بینیم، بسامد مجموعه‌های B، C و E با بسامد مجموعه A برابر است و بسامد مجموعه D با بسامد آن برابر نیست. بنابراین با به نوسان درآوردن مجموعه A، در مجموعه‌های B، C و E پدیده تشدید رخ خواهد داد و تنها در مجموعه D پدیده تشدید رخ نمی‌دهد. دقت کنید، چون در این سؤال می‌خواهیم بسامدها را با هم مقایسه کنیم، تبدیل واحد را انجام نداده‌ایم.



گزینه درست: ۱

سوال ۸۸

گزینه «۱»

اگر بسامد نوسان‌های میله با بسامد آونگ‌ها برابر باشد، در آونگ‌ها تشدید رخ می‌دهد و به شدت به نوسان درمی‌آیند. بنابراین طول آونگ‌هایی را که با بسامد زاویه‌ای بین $\omega_1 = 5 \frac{rad}{s}$ و $\omega_2 = 10 \frac{rad}{s}$ نوسان می‌کنند، به دست می‌آوریم:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}} \Rightarrow \omega_1 = \sqrt{\frac{g}{\ell_1}} \Rightarrow 5 = \sqrt{\frac{10}{\ell_1}} \Rightarrow \ell_1 = 40 cm$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{g}{\ell_2}} \Rightarrow 10 = \sqrt{\frac{10}{\ell_2}} \Rightarrow \ell_2 = 10 cm$$

پس در آونگ‌هایی که طول آن‌ها بین 10 cm تا 40 cm است، تشدید رخ می‌دهد که مجموعاً ۴ آونگ این شرط را دارا هستند.

$$g = G \frac{M_e}{r^2}$$

ابتدا تغییرات شتاب گرانشی را محاسبه می‌کنیم.

$$\Rightarrow \frac{g'}{g} = \left(\frac{R_e}{R_e + h} \right)^2 \xrightarrow{h=2R_e} \frac{g'}{g} = \left(\frac{R_e}{3R_e} \right)^2 = \frac{1}{9} \quad (1)$$

دوره تناوب دستگاه جرم - فنر را با T_1 و دوره تناوب آونگ را با T_2 نمایش می‌دهیم.

دوره تناوب دستگاه جرم - فنر در مکان جدید برابر است با:

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m'}{k}} \xrightarrow{m'=2m} T_2 = \sqrt{2} T_1$$

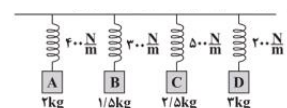
شرط تشدید هر دو دستگاه این است که دوره تناوب دستگاه جرم - فنر و آونگ ساده در محل جدید با هم برابر باشد. بنابراین داریم:

$$T_2 = \sqrt{2} T_1 \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{2}$$

$$\xrightarrow{T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}} \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L'}{L} \times \frac{g}{g'}}$$

$$\xrightarrow{(1)} \sqrt{2} = \sqrt{\frac{L'}{L} \times 16}$$

$$\Rightarrow \frac{L'}{L} = \frac{1}{4} \Rightarrow L' = \frac{1}{4} L$$



زمانی تشدید رخ می‌دهد که بسامد طبیعی نوسانگر با بسامد طبیعی نوسانگر A برابر شود. طبق رابطه $T = \frac{1}{f}$ می‌توان گفت دوره حرکت برابر بین دو نوسانگر باعث می‌شود تشدید رخ دهد.

$$T_A = 2\pi \sqrt{\frac{m_A}{k_A}} = 2\pi \sqrt{\frac{2}{400}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{200}} \text{ s}$$

$$T_B = 2\pi \sqrt{\frac{m_B}{k_B}} = 2\pi \sqrt{\frac{1/2}{300}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{600}} \text{ s}$$

$$T_C = 2\pi \sqrt{\frac{m_C}{k_C}} = 2\pi \sqrt{\frac{2/5}{500}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{250}} \text{ s}$$

$$T_D = 2\pi \sqrt{\frac{m_D}{k_D}} = 2\pi \sqrt{\frac{2}{200}} \text{ s}$$

بین نوسانگرهای A ، B و C به علت دوره حرکت برابر و در نتیجه بسامد یکسان تشدید رخ می‌دهد.